

# Contradição, tautologias, contingência e Tabelas Verdade

Uma fórmula  $A$  é dita **CONTRADIÇÃO** se toda valoração  $v$  de seus átomos é tal que  $v(A)=F$  (ie, se em todas as linhas da tabela verdade o valor para a fórmula é 0 ou F).

Uma fórmula  $A$  é dita **válida ou TAUTOLOGIA** se toda valoração  $v$  de seus átomos é tal que  $v(A)=V$  (ie, se em todas as linhas da tabela verdade o valor para a fórmula é 1 ou V).

Uma fórmula  $A$  é chamada de **Contingência** se existem valorações  $v$  de seus átomos tal que  $v(A)=V$  e  $v(A)=F$  (ie, existe pelo menos uma linha na tabela verdade em que o valor para a fórmula é 1 ou V e uma linha na tabela verdade em que o valor para a fórmula é 0 ou F) .

Se uma fórmula  $A$  é TAUTOLOGIA então  $\sim A$  é **CONTRADIÇÃO**.

Se  $A$  é **CONTRADIÇÃO** então  $\sim A$  é **TAUTOLOGIA**.

Por serem sempre verdadeiras – logicamente verdadeiras – as tautologias são aquelas fórmulas a que se costuma dar o nome de **LEIS LÓGICAS**

A fórmula  $p \vee \neg p$  é uma tautologia.

| $p$ | $\neg p$ | $p \vee \neg p$ |
|-----|----------|-----------------|
| V   | F        | V               |
| F   | V        | V               |

A fórmula  $p \wedge \neg p$  é uma contradição.

| <b>p</b> | <b><math>\neg p</math></b> | <b><math>p \wedge \neg p</math></b> |
|----------|----------------------------|-------------------------------------|
| <b>V</b> | <b>F</b>                   | <b>F</b>                            |
| <b>F</b> | <b>V</b>                   | <b>F</b>                            |

|   |   |   |
|---|---|---|
| <i>Comutativa</i>                           | $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$   | $(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$   |
| <i>Associativa</i>                          | $((p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$                           | $((p \vee q) \vee r) \leftrightarrow (p \vee (q \vee r))$                               |
| <i>Idempotente</i>                          | $(p \wedge p) \leftrightarrow p$  | $(p \vee p) \leftrightarrow p$  |
| <i>Propriedades de V</i>                    | $(p \wedge V) \leftrightarrow p$  | $(p \vee V) \leftrightarrow V$  |
| <i>Propriedades de F</i>                    | $(p \wedge F) \leftrightarrow F$  | $(p \vee F) \leftrightarrow p$  |
| <i>Absorção</i>                             | $(p \wedge (p \vee r)) \leftrightarrow p$   | $(p \vee (p \wedge r)) \leftrightarrow p$   |
| <i>Distributivas</i>                        | $(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$                    | $(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$                  |
| <i>Distributivas</i>                        | $(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$ | $(p \rightarrow (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r))$ |
| <i>Leis de De Morgan</i>                    | $\sim (p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$                                    | $\sim (p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$                                |
| <i>Def. implicação</i>                      | $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$   | $(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$                              |
| <i>Def. bicondicional</i>                   | $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$        | $(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p))$        |
| <i>Negação</i>                              | $\sim (\sim p) \leftrightarrow p$   |   |
| <i>Contraposição</i>                        | $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$                             |   |
| <i>Exportação(<math>\Rightarrow</math>)</i> | <i>Importação (<math>\Leftarrow</math>)</i>   | $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$        |
| <i>Troca de Premissas</i>                   | $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$       |   |

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| <i>Modus ponens</i>         | $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$  |
| <i>Modus tollens</i>        | $((\sim p \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow \sim q$                               |
| <i>Silogismo disjuntivo</i> | $((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow q$  |
| <i>Silogismo hipotético</i> | $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$          |
| <i>Lei de Peirce</i>        | $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$                                     |
| <i>Lei de Duns Scot</i>     | $\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$  |
| <i>Prefixação</i>           | $p \rightarrow (q \rightarrow p)$   |
| <i>Antilogismo</i>          | $((q \wedge r) \rightarrow p) \leftrightarrow ((q \wedge \sim p) \rightarrow \sim r)$ |