Re*solução*

1.

$a)\ v((\sim p \vee s) \vee (\sim s \wedge u)) = v(\sim p \vee s) \vee v(\sim s \wedge u) = [v(\sim p) \vee v(s)] \vee [v(\sim s) \wedge v(u)] =$
$= [\sim v(p) \vee v(s)] \vee [\sim v(s) \wedge v(u)] = [\sim 1 \vee 0] \vee [\sim 0 \wedge 1] = [0 \vee 0] \vee [1 \wedge 1] = 0 \vee 1 = 1$

$b)\ v(\ ((p \wedge q) \vee s\ ) \rightarrow (p \leftrightarrow s)\ ) = v(\ (p \wedge q) \vee s\ )\ ) \rightarrow v(p \leftrightarrow s)\ =$
$= (\ v(p \wedge q) \vee v(s)\ ) \rightarrow (v(p) \leftrightarrow v(s)\ ) = (\ (v(p) \wedge v(q)\ ) \vee v(s)\ ) \rightarrow (v(p) \leftrightarrow v(s)) =$
$= (\ (1 \wedge 0) \vee 0\ ) \rightarrow (1 \leftrightarrow 0) = (\ 0 \vee 0\ ) \rightarrow 0 = 0 \rightarrow 0 = 1$

2.

(a) $P \vee (P \rightarrow (\sim Q \vee R))$

	P	Q	R	$\sim Q$	$\sim Q \vee R$	$P \rightarrow (\sim Q \vee R)$	$P \vee (P \rightarrow (\sim Q \vee R))$
$L1$	v	v	v	f	v	v	v
$L2$	v	v	f	f	f	f	v
$L3$	v	f	v	v	v	v	v
$L4$	v	f	f	v	v	v	v
$L5$	f	v	v	f	v	v	v
$L6$	f	v	f	f	f	v	v
$L7$	f	f	v	v	v	v	v
$L8$	f	f	f	v	v	v	v

Note que todas as linhas relativas a fórmula são verdadeiras, ie, a fórmula
é uma tautologia.

$(b)\ (A \rightarrow B) \wedge (A \vee \sim B)$

	A	B	$\sim B$	$A \rightarrow B$	$A \vee \sim B$	$(A \rightarrow B) \wedge (A \vee \sim B)$
$L1$	v	v	f	v	v	v
$L2$	v	f	v	f	v	f
$L3$	f	v	f	v	f	f
$L4$	f	f	v	v	v	v

A fórmula assume valores verdadeiro e falso, por exemplo, L1 e L2, ie, a fórmula
é uma contingência.

$(c)\ (\sim P \rightarrow Q) \wedge \sim (P \vee \sim Q)$

	P	Q	$\sim P$	$\sim P \rightarrow Q$	$\sim Q$	$P \vee \sim Q$	$\sim (P \vee \sim Q)$	$(\sim P \rightarrow Q) \wedge \sim (P \vee \sim Q)$
$L1$	v	v	f	v	f	v	f	f
$L2$	v	f	f	v	v	v	f	f
$L3$	f	v	v	v	f	f	v	v
$L4$	f	f	v	f	v	v	f	f

A fórmula assume valores verdadeiro e falso, por exemplo, L1 e L3, ie, a fórmula
é uma contingência.

3. Usamos as equivalências $A \to B \equiv \sim A \vee B$, $A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \wedge (B \to A)$ e leis de De Morgan $\sim(A \vee B) \equiv \sim A \wedge \sim B$, $\sim(A \wedge B) \equiv \sim A \vee \sim B$.

(a) $P \leftrightarrow (Q \vee R) \equiv (P \to (Q \vee R)) \wedge ((Q \vee R) \to P) \equiv (P \to \sim(\sim Q \wedge \sim R)) \wedge (\sim(\sim Q \wedge \sim R) \to P) \equiv$
$\equiv (\sim P \vee \sim(\sim Q \wedge \sim R)) \wedge (\sim\sim(\sim Q \wedge \sim R) \vee P) \equiv (\sim P \vee \sim(\sim Q \wedge \sim R)) \wedge ((\sim Q \wedge \sim R) \vee P) \equiv$
$\equiv \sim(\sim\sim P \wedge \sim\sim(\sim Q \wedge \sim R)) \wedge \sim(\sim(\sim Q \wedge \sim R) \wedge \sim P) \equiv \quad \sim(P \wedge (\sim Q \wedge \sim R)) \wedge \sim(\sim(\sim Q \wedge \sim R) \wedge \sim P)$

(b) $P \vee (P \to (\sim Q \vee R)) \equiv P \vee (\sim P \vee (\sim Q \vee R)) \equiv P \vee \sim(\sim\sim P \wedge \sim(\sim Q \vee R)) \equiv P \vee \sim(P \wedge \sim(\sim Q \vee R))$
$\equiv P \vee \sim(P \wedge Q \wedge \sim R) \equiv \sim(\sim P \wedge \sim\sim(P \wedge Q \wedge \sim R)) \equiv \quad \sim(\sim P \wedge (P \wedge Q \wedge \sim R))$

---

4. $(a \to b), (b \to \sim a) \models a \vee \sim a$

	$a\,b$	$\sim a$	$a \to b$	$b \to \sim a$	$a \vee \sim a$
$L1$	$v\,v$	f	v	f	v
$L2$	$v\,f$	f	f	v	v
$L3$	$f\,v$	v	v	v	v
$L4$	$f\,f$	v	v	v	v

Nas linhas L3 e L4 as fórmulas $a \to b$ e $b \to \sim a$ são simultaneamente verdadeiras e neste caso a fórmula $a \vee \sim a$ também é verdadeira,ie, $(a \to b) \wedge (b \to \sim a) \models a \vee \sim a$ é verdade.
Outra forma de fazer o exercício é mostrar que $((a \to b) \wedge (b \to \sim a)) \to a \vee \sim a$ é tautologia.

5.(a)Conjunção (b) Silogismo Hipotético (c) Silogismo Disjuntivo

---

6.
$(a)\ \forall x(Fx \to (Gax \wedge Gbx))$ (b) *Anulada* $(c)\ \exists x \exists y(Fx \wedge Ly \wedge Dcyx)$
$(d)\ \exists x(Px \wedge Gxb) \to \exists x(Fx \wedge Gxb)$ $(e)(Fa \wedge Fb) \to \sim Pc$

---

7. Negar fórmulas com quantificadores universal e existencial é basicamente permutá-los.
(a) $\sim \exists x \forall z(P(x,z) \to \sim Q(x,z)) \equiv \forall x \exists z \sim(P(x,z) \to \sim Q(x,z))$
(b) $\sim \forall y \exists x(P(y,x) \wedge \sim Q(x,y)) \equiv \exists y \forall x \sim (P(y,x) \wedge \sim Q(x,y))$
(c) $\sim \forall x \exists y \forall z\ A(x,y,z) \equiv \exists x \forall y \exists z \sim A(x,y,z)$

---

8. J : jogo de futebol na arena, V: viajar de avião é difícil, C: chegar no horário no aeroporto
Deste modo o argumento no cálculo proposicional é $J \to V,\ C \to \sim V,\ C \models \sim J$.

Dedução outro modo de fazer é como no exercicio 4.

1.$J \to V$ premissa
2.$C \to \sim V$ premissa
3.C premissa
4. $\sim V$ MP 2,3
5.$\sim V \to \sim J$ Fórmula equivalente 1
6.$\sim J$ MP 4,5

---

9. *O* prêmio está na caixa 1, caso contrário, nesta caixa há uma carta preta e com as frases na tampa da caixa 2 e 3 temos que ambas são falsas, ou seja, não é possivel termos mais de uma carta preta.

10. Nas deduções abaixo completar as passagens:

(a)

1.$p \rightarrow q$ p.

2.$q \rightarrow r$ p.

3.$\neg r \vee p$ p.

4. $r \rightarrow p$ Fórmula equivalente $\neg r \vee p$

5. $q \rightarrow p$ Silogismo Hipotético, 2 e 4

6.$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ Conjunção, 1 e 5

7.$p \leftrightarrow q$ Bicondicional, 6

(b)

1. $p \rightarrow q$ p

2. $q \rightarrow \neg r$ p.

3.$(\neg s \vee r) \rightarrow t$ p.

4.$p \wedge \neg s$ p.

5. p Simplificação, 4

6. $p \rightarrow \neg r$ Silogismo Hipotético, 1 e 2

7. $\neg r$ Modus Ponnes , 5 e 6

8. $\neg s$ Simplificação, 4

9.$\neg s \vee r$ Disjunção, 8

10. t Modus Ponnes , 3 e 9

11. $\neg r \wedge t$ Conjunção, 7 e 10