

## Problemas I – considere $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

### 1. Movimento de um corpo preso a uma mola

1.1 Um bloco de 0,60kg está preso a uma mola com constante de força de 130 N/m. Ele está livre para se movimentar em uma superfície horizontal, sem atrito. O bloco é deslocado da sua posição de equilíbrio, sendo a mola esticada 0,13m. No instante em que o bloco é liberado, encontre:

- A força sobre o bloco.
- A sua aceleração.

1.2 Um corpo de 4,25 kg é colocado na extremidade de uma mola vertical, presa a um suporte. A mola estica em uma distância de 2,62 cm. Qual a constante da força da mola?

1.3 A posição de uma partícula é dada por  $x = 4,00 \cos(3,00\pi t + \pi)$ , onde  $x$  é dado em metros e  $t$  em segundos. Determine:

- a frequência
- o período
- a Amplitude
- a constante de fase
- a posição da partícula em  $t=0,250\text{s}$ .

### 2. Partícula em MHS

2.1 Uma mola vertical estica 3,9 cm quando um corpo de 10 g é pendurado nela. O corpo é substituído por um bloco de massa 25 g que oscila para cima e para baixo em MHS. Calcule o período do movimento.

2.2 Um corpo de 1,00 kg é preso a uma mola em uma superfície horizontal sem atrito. Ela é esticada em 0,1m e o corpo é liberado para se movimentar. A primeira vez que a velocidade do corpo é zero é após 0,5 s. Qual a velocidade máxima do corpo?

2.3 Um corpo de 7,00 kg é pendurado na extremidade de baixo de uma mola vertical presa a uma viga. O corpo é posto em MHS com período de 2,60 s. Encontre a constante de força da mola.

2.4 Uma partícula move-se ao longo do eixo  $x$  em MHS começa de sua posição de equilíbrio, a origem, em  $t=0\text{s}$  e se move para a direita. A amplitude de seu movimento é de 2,00 cm e a frequência é 1,50 Hz. Encontre:

- Uma expressão para a posição da partícula em função do tempo
- A velocidade máxima da partícula
- O menor tempo no qual a partícula tem esta velocidade
- A aceleração positiva máxima da partícula
- O menor tempo no qual a partícula tem esta aceleração
- A distância total percorrida pela partícula entre  $t=0 \text{ s}$  e  $t = 1,00 \text{ s}$

2.5 Um corpo de 0,500 kg está preso a uma mola com constante elástica 8,00 N/m e tem MHS, com amplitude de 10,0 cm. Calcule o valor máximo da:

- velocidade
- aceleração
- velocidade e aceleração quando o corpo está 6,00 cm da posição de equilíbrio
- o intervalo de tempo necessário para que o corpo se mova de  $x = 0$  para  $x = 8,00 \text{ cm}$  (ou de  $x=8,00 \text{ cm}$  para  $x = 0$ )

### 3. Energia do OHS

3.1 Para testar um para-choques um automóvel de 1000 kg é batido contra um muro de tijolo a baixa velocidade. O para-choques se comporta como uma mola com constante de força  $5,00 \times 10^6$  N/m e comprime 3,16 cm até o carro parar. Qual era a velocidade do carro antes do impacto supondo que a energia mecânica se conservou?

3.2 Um OHS de amplitude  $A$  tem energia total  $E$ . Determine:

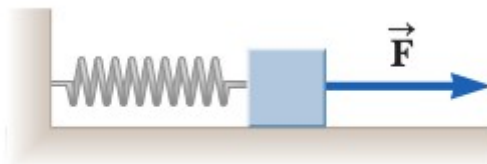
- A energia cinética quando a posição é um terço da amplitude
- A energia potencial quando a posição é um terço da amplitude
- Para que valores da posição a energia cinética é igual a metade da potencial?
- Há valores de posição em que a energia cinética é maior que a potencial máxima?

3.3 Um corpo de 50 g está ligado a uma mola com constante de força de 35,0 N/m. Este oscila com amplitude de 4,00 cm em uma superfície horizontal sem atrito. Encontre:

- A energia total do sistema
- a velocidade do corpo quando sua posição é 1,00 cm
- A energia cinética e a energia potencial quando sua posição é 3,00 cm.

3.4 Um bloco de 0,250 kg repousa sobre uma superfície horizontal sem atrito. Uma mola com constante de força 83,8 N/m é ligada a este, como na Figura abaixo. Uma força horizontal aplicada no corpo faz a mola esticar uma distância de 5,46 cm a partir da sua posição de equilíbrio.

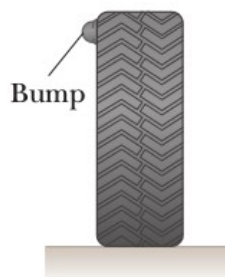
- qual o módulo da força?
- qual a energia total armazenada no sistema quando a mola é esticada?
- encontre o módulo de aceleração do bloco logo após a força ser removida
- encontre a velocidade do bloco quando ele chega pela primeira vez à posição de equilíbrio
- se a superfície fosse com atrito a velocidade seria maior ou menor que em d)?
- que informação seria necessária para encontrar o valor da velocidade?
- qual é o maior valor do coeficiente de atrito que permitiria que o bloco alcançasse a posição de equilíbrio?



### 4. Relação MHS e MCU

4.1 Imagine que está dirigindo a 3,00 m/s e à sua frente um carro que viaja à mesma velocidade tem um pneu que possui uma pequena protuberância (bump na imagem) em sua borda.

- Explique porque a protuberância, do seu ponto de vista atrás do carro tem um MHS.
- Se os raios dos pneus do carro são 0,300 m, qual é o período de oscilação da protuberância?



## 5. O pêndulo

5.1 Um pêndulo simples faz 120 oscilações completas em 3,00 minutos. Encontre o período do pêndulo e o seu comprimento.

5.2 Um pêndulo físico, de massa 2,20kg, em forma de corpo achatado move-se com MHS com frequência 0,450 HZ. O pivô está localizado a 0,350m do CM. Determine o momento de inércia do pêndulo sobre o ponto pivotal.

5.3 Um pêndulo simples de massa 0,250 kg e comprimento 1,00 m é deslocado por um ângulo de  $15,0^\circ$  e depois solto. Usando o modelo do MHS qual é:

- a) a velocidade máxima do peso?
- b) a sua aceleração angular máxima?
- c) a força restauradora máxima sobre o peso?

Use a conservação de energia mecânica e a segunda lei de Newton para responder às mesmas questões. Compare os dois resultados. Porque obtemos resultados ligeiramente diferentes?

5.4 A roda oscilatória de um relógio tem período de oscilação de 0,250 s. Ela é construída de modo que sua massa de 20,0 g é concentrada ao redor de uma borda de raio 0,500 m. Qual é o momento de inércia da roda e o módulo de rigidez da mola que faz girar a roda? (nota: modele o problema como um pêndulo de torção; nota2:  $I_{\text{anel}}=mr^2$ )

## 6. Oscilações amortecidas

6.1 Um pêndulo com comprimento de 1,00 m é solto de um ângulo inicial de  $15,0^\circ$ . Após 1,000 s, sua amplitude foi reduzida pelo atrito para  $5,50^\circ$ . Qual é o valor de  $b/2m$ ?

6.2 Mostre que a solução de  $x = A e^{-\frac{b}{2m}t} \cos(\omega t + \phi)$  é  $-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$ .

6.3 Um corpo de 16,6 kg oscila ligado a uma mola vertical que tem uma constante  $k = 2,05e4$  N/m. O efeito da resistência do ar é representado pelo coeficiente de amortecimento  $b = 3,00$  Ns/m. Calcule:

- A frequência da oscilação amortecida
- A percentagem de diminuição da amplitude em cada ciclo
- O intervalo de tempo que decorre enquanto a energia do sistema cai para 5% da energia inicial.

6.4 Mostre que  $\frac{dE}{dT} = -bv^2$ , usando a expressão da energia mecânica de um oscilador e a equação diferencial  $-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$ . (nota: atenção às derivadas!)

## 7. Oscilações forçadas

7.1 Um corpo de 2,00 kg preso a uma mola se move sem atrito ( $b=0$ ) e é impulsionado por uma força externa dada pela expressão  $F = 3,00 \text{ sen}(2\pi t)$  (N). A constante da força da mola é 20,0 N/m. Encontre a frequência angular de ressonância do sistema, a frequência angular do sistema e a amplitude do movimento.

7.2 Considere um pêndulo simples com um pequeno celular na extremidade, que vibra com frequência de 1,5 Hz, que se movimenta sem atrito ( $b=0$ ) e com uma amplitude  $L$ . Você observa que

ao fim de pouco tempo a amplitude aumenta consideravelmente. Qual é o valor de L?

7.3 O amortecimento para um corpo de 0,150 kg pendurado em uma mola leve de 6,30 N/m é desprezível. Uma força sinusoidal com uma amplitude de 1,70 N impulsiona o sistema. Com que frequência a força fará o corpo vibrar com amplitude de 0,440 m?

7.4 Considerando um oscilador forçado, sem amortecimento ( $b=0$ ), mostre que  $x = A \cos(\omega t + \phi)$  é a solução estável de  $F_0 \cos(\omega t) - kx = m \frac{d^2 x}{dt^2}$ , com amplitude  $A = \frac{F_0/m}{\omega^2 - \omega_0^2}$ .

### Soluções.

1.1 a) 17 N para a esquerda; b) 28 m/s<sup>2</sup> para a direita

1.2 1591 N/m

1.3 a) 1,50 Hz; b) 0,667s; c) 4,00m; d)  $\pi$  rad; e) 2,83m

2.1 0,63s;

2.2 0,628 m/s

2.3 40,9 N/m

2.4 a)  $x = 0,02 \cos(3,00\pi t - 90^\circ)$  ou  $x = 0,02 \cos(3,00\pi t)$ ; b) 0,188 m/s c) 0,333s; d) 178 cm/s<sup>2</sup>; e) 0,500 s f) 0,12 m

2.5 a) 0,40 m/s; b) 1,6 m/s<sup>2</sup>; c) 0,32 m/s e -0,96 m/s<sup>2</sup> d) 0,232 s

3.1 2,23 m/s

3.2 a) 8/9E; b) 1/9E; c)  $x = \pm \sqrt{(2/3)}$ ; d) Não. A energia potencial máxima é igual à energia total do sistema. Como a energia total deve ser constante, a  $E_c$  nunca pode ser maior que a potencial máxima.

3.3 a) 28,0 mJ; b) 1,02 m/s c) 12,2 mJ e 15,8 mJ

3.4 a) 4,58 N; b) 0,125 J; c) 18,3 m/s<sup>2</sup>; e) menor; f) o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a superfície; g) 0,934

4.1 b) 0,628 s

5.1 a) 1,50s e 0,559 m

5.2 0,994 kg.m<sup>2</sup>

5.3 a) 0,820 m/s; b) 2,57 rad/s<sup>2</sup>; c) 0,641 N; d)  $v_{\max} = 0,817$  m/s,  $\alpha_{\max} = 2,54$  rad/s<sup>2</sup>,  $F_{\max} = 0,634$  N; As respostas são próximas. As obtidas a partir da conservação de energia e da segunda lei de newton são mais precisas.

5.4 a) 5,00e-7 kg m<sup>2</sup> e 3,16e-4 N.m/rad

6.1 1,00e-3 s<sup>-1</sup>

6.3 a) 7,00 Hz; b) 2%; c) 21,17 s

7.1 a) 3,16 s<sup>-1</sup>, 6,28 s<sup>-1</sup> e 5,09e-2 m

7.2 0,11 m

7.3 0,641 Hz ou 1,31 Hz