

Problemas II – considere $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Propagação de uma perturbação

1.1 Uma estação sismográfica recebe ondas S e P de um terremoto, separadas por um tempo de 17,3s. Suponha que as ondas percorreram o mesmo caminho a uma velocidade de 4,50 km/s e 7,80 km/s. Encontre a distância entre o sismógrafo e o epicentro do terremoto.

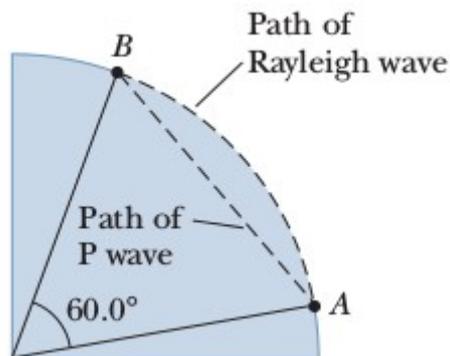
[S: 184 km]

1.2 Em $t=0$, um pulso transversal em um fio é descrito pela função $y = \frac{6,00}{x^2 + 3,00}$, onde x e y estão dados em metros. Se o pulso está-se movendo na direção positiva x com a velocidade de 4,50 m/s, escreva a função $y(x,t)$ que descreve esse pulso.

[S: $y = 6 / (x - 4,5t^2 + 3)$]

1.3 Dois pontos A e B na superfície da Terra estão separados 60° em latitude, conforme mostrado na Figura abaixo. Suponha que um terremoto no ponto A crie uma onda P que atinge o ponto B, propagando-se em linha reta através da terra com $v = 7,80 \text{ km/s}$. O terremoto também irradia uma onda de Rayleigh na superfície que viaja a 4,50 km/s. a) Qual das ondas chega primeiro a B? Qual a diferença de tempo entre a chegada das duas ondas a B? Considere $R_{\text{terra}} = 6371 \text{ km}$.

[S: a) A P; b) 780s.]



Ondas progressivas

1.4 A função de onda para uma onda que viaja em uma corda tensa é, em SI:
 $y = 0,350 \text{ sen}(10\pi t - 3\pi x + \pi/4)$.

- Quais são a velocidade e a direção do percurso da onda?
- Qual é a posição vertical de um elemento da corda em $t = 0$, $x = 0,100 \text{ m}$?
- Qual é o comprimento da onda?
- Qual é a frequência da onda?
- Qual é a velocidade transversal máxima de um elemento da corda?

[S: a) 3,33 m/s e direção horizontal positiva; b) -5,48 cm; c) 0,667m; d) 5,00 Hz; e) 11,0 m/s]

1.5 Uma onda é descrita como $y = 0,0200 \text{ sen}(kx - \omega t)$, onde $k = 2,11 \text{ rad/m}$, $\omega = 3,62 \text{ rad/s}$, x e y estão dados em metros, e t em segundos. Determine:

- amplitude
- comprimento de onda
- frequência
- velocidade da onda

[S: a) 0,0200m; b) 2,98m; c) 0,576 Hz; d) 1,72 m/s]

1.6 Uma onda senoidal está-se propagando ao longo de uma corda. O oscilador que gera a onda completa 40,0 vibrações em 30,0s. A crista da onda se move 425 centímetros ao longo da corda em

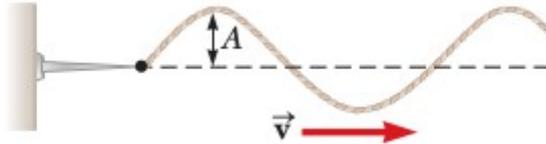
10,0 s. Qual é o comprimento da onda?

[S: 0,319m]

1.7 A corda da Figura abaixo é conduzida com frequência 5,00 Hz. A amplitude da onda é de 12,0 cm, e sua velocidade é 20,0 m/s. Além disso, quando $x=0$ e $t=0$, $y=0$. Determine:

- A frequência angular
- Número de onda
- Função de onda
- Velocidade transversal máxima
- Aceleração transversal máxima

[S: a) 31,4 rad/s; b) 1,57 rad/m; c) $y = 0,120\text{sen}(1,57x-31,4t)$; d) 3,77 m/s; e) 118 m/s²]



1.8 Uma onda senoidal é descrita pela função de onda $y = 0,25 \text{ sen } (0,30x-40t)$, onde x e y estão dados em metros e t em segundos. Determine:

- Amplitude
- Frequência angular
- Número de onda
- Comprimento de onda
- Velocidade da onda
- A direção do movimento

[S: a) 0,250m; b) 40,0 rad/s; c) 0,300 rad/m; d) 20,9 m; e) 133m/s; f) direção x positiva]

1.9 Um onda senoidal tem um comprimento de onda de 2,00m, amplitude 0,100m, e velocidade 1,00 m/s numa corda para a direita. Em $t=0$, a extremidade esquerda da corda está na origem. Para essa corda encontre:

- Frequência
- Frequência angular
- Número de onda
- Função de onda em unidades SI
- Determine a equação do movimento em unidades SI para a extremidade esquerda da corda e o ponto na corda a $x= 1,50\text{m}$ à direita da extremidade esquerda
- Qual é a velocidade máxima de qualquer elemento da corda?

[S: a) 0,500 Hz; b) 3,14 rad/s; c) 3,14 rad/s; d) $0,100\text{sen}(\pi x-\pi t)$; e) $0,100 \text{ sen } (-\pi t)$ e $0,100 \text{ sen}(4,71-\pi t)$; f) 0,314 m/s]

1.10 Uma onda transversal em uma corda é descrita por $y=0,120 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{8}x+4\pi t\right)$, onde x está em metros e t em segundos. Determine:

- a velocidade transversal em $t = 0,200$ s para um elemento da corda em $x = 1,60\text{m}$
- a aceleração transversal no mesmo t e x de a)
- Comprimento de onda
- Período
- Velocidade da onda

[S: a) -1,51 m/s; b) 0; c) 16,0 m; d) 0,500 s; e) 32,0 m/s]

1.11 Escreva a expressão para y em função de x e t em unidades SI para uma onda senoidal se movendo ao longo de uma corda na direção x negativa com as seguintes características: $A= 8,00$ cm; $\lambda = 80,0$ cm; $f = 3,00$ Hz; $y(0,0) = 0$

b) Escreva a expressão para y para a onda em a) mas com $y(x,0) = 0$ no ponto $x = 10,0$ cm

[S: $y = 0,0800 \sin(2,5\pi x + 6\pi t)$; b) $y = 0,0800 \sin(2,5\pi x + 6\pi t - 0,25\pi)$]

A velocidade de ondas transversais em cordas

1.12 Um cabo de rede de computador tem 4,00 m de comprimento e massa de 0,200 kg. Um pulso transversal é produzido por um puxão em uma extremidade do cabo esticado. O pulso faz 4 viagens para baixo e para trás ao longo do cabo em 0,800 s. Qual é a tensão no cabo?

[S: 80,0 N]

1.13 Uma aluna, durante um teste, encontra em uma folha de referência duas equações:

$$f = \frac{1}{T} e v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad . \text{ Ela esqueceu o que } T \text{ representa. a) Use a análise dimensional para determinar}$$

as unidades necessárias para T em cada equação. b) Explique como você pode identificar a grandeza física que cada T representa a partir das outras unidades.

1.14 As ondas transversais se propagam com uma velocidade de 20,0 m/s em um corda sob tensão de 6,00 N. Qual é a tensão necessária para uma velocidade de onda ser de 30,0 m/s na mesma corda.

[S: 13,5 N]

1.15 O limite elástico de um fio de aço é $2,70 \times 10^8$ Pa. Qual é a velocidade máxima que pulsos de ondas transversais podem se propagar ao longo desse fio sem ultrapassar essa tensão? (A densidade do aço é de $7,86 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$) Nota: Lembre-se das propriedades elásticas dos sólidos

[S: 185 m/s]

1.16 Um fio de cobre esticado é percorrido por pulsos que se propagam com uma velocidade de 200 m/s. O diâmetro do fio é de 1,50 mm e a densidade do cobre é de $8,92 \text{ g/cm}^3$. Qual é a tensão no fio?

[S: 631 N]

1.17 A tensão é mantida em uma corda como na Figura abaixo. A velocidade da onda observada é de $v = 24,0 \text{ m/s}$ quando a massa suspensa é de $m = 3,00 \text{ kg}$. a) Qual é a massa por unidade de comprimento da corda? b) Qual é a velocidade da onda quando a massa suspensa é de $m = 2,00 \text{ kg}$?

[S: a) $0,0510 \text{ kg/m}$; b) $19,6 \text{ m/s}$]

1.18 Um fio de aço de 30,0 m de comprimento e um fio de cobre de 20,0 m de comprimento, ambos com 1,00 mm de diâmetro, são conectados ponta a ponta e estendidos a uma tensão de 150 N. Durante qual intervalo de tempo uma onda transversal se propaga por todo o comprimento dos dois fios? ((A densidade do aço é de $7,86 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$; A densidade do cobre é de $8,92 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)

[S: 0,329 s]

Taxa de transferência de energia por ondas senoidais em cordas

1.19 Uma onda transversal em uma corda é descrita pela função de onda: $y = 0,15 \sin(0,80x - 50t)$, onde x e y têm unidades SI. A massa por unidade de comprimento da corda é de 12,0 g/m. Determine:

a) A velocidade da onda

b) O comprimento de onda

c) A frequência

d) A potência transmitida pela onda

[S: a) $62,5 \text{ m/s}$; b) $7,85 \text{ m}$; c) $7,96 \text{ Hz}$; d) $21,1 \text{ W}$]

1.20 Ondas transversais são geradas numa corda sob tensão constante. Por que fator a potência

necessária deve ser aumentada ou diminuída se:

- a) o comprimento da corda é dobrado e a frequência angular permanece constante
- b) A amplitude é duplicada e a frequência angular é reduzida pela metade
- c) tanto o comprimento de onda como a amplitude são dobrados
- d) tanto o comprimento da corda são reduzidos para metade?

[S: a) 1; b) 1; c) 1; d) aumenta por um fator de 4.]

1.21 Uma corda transporta uma onda. Um segmento de 6,00 m da corda contém quatro comprimentos de onda completos e massa de 180 g. A corda vibra com uma frequência de 50,0 Hz e um deslocamento de pico a vale de 15,0 cm (nota: a distância de pico a vale é a distância entre os extremos máximo e mínimo da onda).

- a) Escreva a função da onda se propagando na direção x positiva
- b) Determine a energia fornecida para a corda

[S: a) $0,075 \sin(4,19x - 314t)$; b) 625 W]

1.22 A função de onda para uma onda em uma corda tensa é $y = 0,350 \sin(10\pi t - 3\pi x + \pi/4)$, onde x e y estão dados em metros e t em segundos. A densidade de massa linear da corda é de 75,0 g/m. Determine:

- a) A taxa média na qual a energia é transmitida ao longo da corda
- b) A energia contida em cada ciclo da corda

[S: a) 15,1 W; b) 3,02 J]

1.23 Um pulso propaga-se ao longo de uma corda de densidade de massa linear μ e é descrito pela função de onda $y = A_0 e^{-bx} \sin(kx - \omega t)$, onde $A_0 e^{-bx}$ é a amplitude.

- a) Qual é a potência transportada por esta onda em um ponto x?
- b) Qual é a potência P(0) transportada por essa onda na origem?
- c) Compute a razão P(x)/P(0)

[S: a) $\mu \omega^3 A_0^2 e^{-2bx} / 2k$; b) $\mu \omega^3 A_0^2 / 2k$; c) e^{-2bx}]

A equação de onda linear

1.24 Mostre que a função de onda $y = \ln [b(x-vt)]$ é uma solução da equação de onda $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$, onde b é uma constante.

1.25 Mostre que a função de onda $y = e^{b(x-vt)}$ é uma solução da equação de onda (ver 1.41), onde b é uma constante.

1.26 Mostre que a função $y = x^2 + v^2 t^2$ é uma solução para a equação de onda. Mostre que esta função pode ser escrita como $f(x+vt) + g(x-vt)$ e determine as formas para f e g.

1.27 Mostre que a função $y = \sin(x) \cos(vt)$ é uma solução para a equação de onda. Mostre que esta função pode ser escrita como $f(x+vt) + g(x-vt)$ e determine as formas para f e g. Nota: lembre as equivalências trigonométricas