FIQUEI DE TERMINAR ESTE EXERCÍCIO EM SALA.

5.3. (14) $\{v_1, v_2\}$ É L.I E $v_3 \notin \text{GER}\{v_1, v_2\}$ ENTÃO $\{v_1, v_2, v_3\}$ É L.I.

SOLUÇÃO: (LEMBRE QUE ~~...~~ $v_3 \notin \text{GER}\{v_1, v_2\}$ SIGNIFICA DIZER QUE v_3 NÃO PODE SER ESCRITO COMO COMBINAÇÃO LINEAR DE $\{v_1, v_2\}$.)

SUPONHAMOS QUE $\{v_1, v_2, v_3\}$ É L.D, I.E, ~~EXISTEM~~

$$a v_1 + b v_2 + c v_3 = 0 \text{ IMPLICA QUE } a \neq 0 \text{ OU } b \neq 0 \text{ OU } c \neq 0 \text{ P/}$$

$a, b, c \in \mathbb{R}$. POIS BEM, SE $c \neq 0$ ENTÃO

$$v_3 = -\frac{a}{c} v_1 - \frac{b}{c} v_2, \text{ I.E, } v_3 \in \text{GER}\{v_1, v_2\}$$ (ABSURDO, CONTRARIA HIP. $v_3 \notin \{v_1, v_2\}$.

AGORA, SE $c = 0$ ENTÃO

$$a v_1 + b v_2 = 0 \text{ IMPLICA QUE } a \neq 0 \text{ OU } b \neq 0, \text{ P/ } a, b \in \mathbb{R}.$$

DAÍ, EM QQ. CIRCUNSTÂNCIA v_1 É COMBINAÇÃO LINEAR DE v_2 OU v_2 É COMBINAÇÃO LINEAR DE v_1. NOVAMENTE CONTRARIA A HIP. DE QUE $\{v_1, v_2\}$ É L.I.

PORTANTO, $\{v_1, v_2, v_3\}$ É ~~...~~ L.I.

5.3 (15) PROVE QUE P/ QQS. VETORES u, v, w OS VETORES $\{u-v, v-w, w-u\}$ FORMAM UM CONJUNTO LINEARMENTE DEPENDENTE (L.D).

SOLUÇÃO:
DE FATO, É FÁCIL VER QUE

$$u - v = -1\underbrace{(v-w)}\,-1\underbrace{(w-u)} = -v + \cancel{w} - \cancel{w} + u = u - v, \text{ I.E, } (u-v) \text{ É}$$

COMBINAÇÃO LINEAR DE $\{v-w, w-u\}$. PORTANTO,

$$\{u-v, v-w, w-u\} \text{ É L.D.}$$