## Exercícios:

5. Sabendo que $v(p) = v(r) = 1$ e $v(q) = v(s) = 0$, determinar o valor lógico das seguintes formas proposicionais:

(a) $(p \wedge q) \leftrightarrow (r \wedge \neg s)$
(b) $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (s \rightarrow r)$
(c) $(q \wedge r) \wedge s \rightarrow (p \leftrightarrow s)$
(d) $(p \wedge q) \wedge (r \wedge s) \rightarrow (p \vee s)$
(e) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (s \rightarrow r)$
(f) $(p \wedge q) \vee s \rightarrow (p \leftrightarrow s)$
(g) $(p \rightarrow \neg q) \leftrightarrow ((p \vee r) \wedge s)$
(h) $(\neg p \vee s) \vee (\neg s \wedge r)$.

6. Se $v(q) = 1$, determinar o valor lógico da seguinte forma proposicional:

$$\mathbf{E} \equiv (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p).$$

7. Sabendo que as proposições "$x = 0$" e "$x = y$" são verdadeiras e que a proposição "$y = z$" é falsa, determinar o valor lógico da forma proposicional:

$$\mathbf{B} \equiv x \neq 0 \vee x \neq y \rightarrow y \neq z.$$

8. Sabendo que as proposições "$x = 0$" e "$x = y$" são verdadeiras e que as proposições "$y = z$" e "$y = t$" são falsas, determinar o valor lógico de cada uma das seguintes formas proposicionais:

(a) $(x = 0 \wedge x = y) \rightarrow y \neq z$
(b) $(x \neq 0 \vee y = t) \rightarrow y = z$
(c) $(x \neq y \vee y \neq z) \leftrightarrow y = t$
(d) $(x \neq 0 \vee x \neq y) \rightarrow y \neq z$
(e) $x = 0 \rightarrow (x \neq y \vee y \neq t)$.

## Exercício:

9. Classificar cada uma das formas proposicionais seguintes como tautologia, contradição ou contingência:

(a) $p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$
(b) $p \rightarrow (q \rightarrow (q \rightarrow p))$
(c) $(p \vee \neg q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$
(d) $p \rightarrow ((p \vee q) \vee r)$
(e) $(\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
(f) $((p \rightarrow q) \leftrightarrow q) \rightarrow p$
(g) $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (p \rightarrow q)$
(h) $(p \wedge q) \rightarrow (p \leftrightarrow q \vee r)$.

Exercícios:

10. Verificar a validade das quatro propriedades da equivalência lógica.

11. Verificar a validade das seguintes equivalências:

(a) $\neg\neg p \Leftrightarrow p$ (dupla negação)

(b) $\neg p \rightarrow p \Leftrightarrow p$

(c) $p \rightarrow (p \wedge q) \Leftrightarrow p \rightarrow q$

(d) $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$

(e) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

(f) $p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

(g) $p \rightarrow q \Leftrightarrow \neg q \rightarrow \neg p$

(h) $p \rightarrow (q \rightarrow r) \Leftrightarrow q \rightarrow (p \rightarrow r)$.

Exercícios:

12. Verificar a validade das propriedades da implicação lógica.

13. Testar a validade das seguintes implicações:

(a) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$

(b) $p \wedge \neg p \Rightarrow q$

(c) $(p \leftrightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

(d) $(\neg p \wedge q) \Rightarrow \neg p$

(e) $p \Rightarrow (q \rightarrow q \wedge p)$

(f) $p \rightarrow (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$.

Exercícios:

14. Dada a proposição "Se João é professor, então não deve ser rico", determinar, literalmente, suas associadas.

15. Encontrar a recíproca da contrária da proposição: "Se x é menor que zero, então não é positivo".

16. Determinar:

(a) a contrapositiva de $\mathbf{A} \rightarrow \neg \mathbf{B}$;

(b) a contrária de $\neg \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$;

(c) a recíproca de $\mathbf{A} \rightarrow \neg \mathbf{B}$;

(d) a recíproca da contrária de $\neg \mathbf{A} \rightarrow \neg \mathbf{B}$.

19. Demonstrar que para quaisquer formas proposicionais $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ e $\mathbf{C}$:

(a) $\mathbf{A}\to(\mathbf{B}\to\mathbf{C})$ e $(\mathbf{A}\wedge\mathbf{B})\to\mathbf{C}$ são equivalentes

(b) $\mathbf{A}\to(\mathbf{B}\to\mathbf{C})$ e $(\mathbf{A}\to\mathbf{B})\to(\mathbf{A}\to\mathbf{C})$ são equivalentes

(c) $\mathbf{A}\to\mathbf{B}$ e $\neg\mathbf{A}\vee\mathbf{B}$ são equivalentes

(d) $\mathbf{A}$ e $\neg(\neg\mathbf{A})$ são equivalentes

(e) $(\mathbf{A}\wedge\mathbf{B})$ implica $\mathbf{A}$

(f) $\mathbf{A}$ implica $\mathbf{A}\vee\mathbf{B}$

(g) $\mathbf{A}\wedge(\mathbf{A}\to\mathbf{B})$ implica $\mathbf{B}$

(h) $\neg\mathbf{B}\wedge(\mathbf{A}\to\mathbf{B})$ implica $\neg\mathbf{A}$

(i) $(\mathbf{A}\vee\mathbf{B})\wedge\neg\mathbf{B}$ implica $\mathbf{A}$.

20. Demonstrar que a forma proposicional $\neg(\mathbf{A}\vee\neg\mathbf{B})\to(\mathbf{B}\to\mathbf{C})$ é logicamente equivalente a cada uma das seguintes:

(a) $\neg(\mathbf{B}\to\mathbf{A})\to(\neg\mathbf{B}\vee\mathbf{C})$

(b) $(\neg\mathbf{A}\wedge\mathbf{B})\to\neg(\mathbf{B}\wedge\neg\mathbf{C})$

(c) $\neg(\neg\mathbf{B}\vee\mathbf{C})\to(\mathbf{B}\to\mathbf{A})$

(d) $\mathbf{B}\to(\mathbf{A}\vee\mathbf{C})$.

25. Encontrar formas proposicionais que contenham apenas os símbolos $\neg$ e $\vee$, e que sejam equivalentes a:

(a) $(\mathbf{A}\to\mathbf{B})\to(\mathbf{A}\vee\mathbf{C})$

(b) $(\mathbf{A}\leftrightarrow\mathbf{D})$

(c) $(\mathbf{A}\leftrightarrow\neg\mathbf{B})\to(\mathbf{C}\vee\mathbf{D})$.

26. Encontrar formas proposicionais que contenham apenas os conectivos $\to$ e $\neg$, e que sejam equivalentes a:

(a) $\mathbf{A}\leftrightarrow(\mathbf{B}\vee\mathbf{C})$

(b) $(\mathbf{A}\leftrightarrow\mathbf{B})\vee(\neg\mathbf{A}\wedge\mathbf{C})$

(c) $(\mathbf{C}\leftrightarrow\mathbf{D})$.