INSTITUTO FEDERAL
PARANÁ

Ministério
da Educação

BRASIL
UM PAÍS DE TODOS
GOVERNO FEDERAL

Instituto Federal do Paraná

Campus Foz do Iguaçu

Curso de Licenciatura em Física

INTRODUÇÃO À FÍSICA EXPERIMENTAL

Professor Vasco Neves

Ano: 2016
Primeiro Período

Introdução

Esta disciplina tem como objetivo um primeiro contacto do aluno da licenciatura de Física com o ambiente de laboratório, assim como a introdução de noções sobre medição de grandezas físicas e o correto tratamento das mesmas, através de métodos estatísticos.

1. Objetivos

A disciplina Introdução à Física Experimental tem os seguintes objetivos:

- Compreensão do método científico e o conceito de quantidade e medida na física.
- Compreensão das especificidades do trabalho experimental.
- Compreensão do conceito de modelo como representação simples de um sistema muito mais complexo (a realidade). Exemplo: Leis de Newton, Leis da Termodinâmica.
- Aprendizagem de técnicas e procedimentos experimentais de medidas.
- Aprendizagem de técnicas de análise de dados.
- Desenvolvimento da análise crítica do experimento, tendo em conta a qualidade dos instrumentos e a confiabilidade dos dados experimentais.
- Aprofundamento dos conceitos da Física através do experimento.

2. Organização do Laboratório

Serão organizados, sempre que possível, pelo menos dois grupos de alunos, que irão executar o mesmo experimento em paralelo ou dois experimentos distintos, mas próximos, no que respeita ao assunto tratado. Não é recomendável chegar atrasado, sob pena de perder a introdução teórica do experimento, assim como as orientações gerais do mesmo. A aula terá início 300 segundos após a hora marcada.

3. Roteiro do Experimento

Antes de cada experimento será fornecido o Roteiro da Aula Experimental, que servirá de guia para a atividade laboratorial. Neste roteiro, o aluno poderá escrever as suas anotações, para posterior elaboração do respetivo relatório.

4. Caderno de Laboratório

Todos os alunos devem ter o seu caderno de laboratório individual. Nele vão anotar todas as informações relevantes relativas ao experimento realizado e responder às questões propostas que depois irão ser usadas para elaborar o relatório.

5. Relatório

O relatório será o produto final de cada experimento e é um elemento de avaliação individual. Ele deverá conter todas as informações relevantes do experimento, assim como uma pequena introdução teórica, conclusões e possíveis melhorias ao método usado no experimento.

Poderá haver a necessidade de agrupar vários experimentos em um só relatório.

5.1 Formatação

É recomendada uma formatação padronizada, de acordo com o documento "estrutura de um relatório" do professor Marcos Alves[1]. De forma muito resumida, o relatório deverá seguir as recomendações abaixo indicadas:

- Título e subtítulo. Fonte: times new roman, 12, negrito, justificado.
- Texto. Fonte: times new roman, 12, negrito, justificado.
- Espaçamento entre linhas: Simples.
- Figuras, gráficos e tabelas: centralizado.
- Legendas: centralizado e com fonte menor que o texto.

5.2 Itens do relatório

O relatório deverá conter os seguintes itens:

- Capa.
- Introdução Teórica.
- Objetivos.
- Materiais e procedimentos.
- Resultados e discussão.
- Questões.
- Conclusões.
- Referências.
- Anexos.

5.2.1 Capa

A capa do relatório servirá para a identificação do experimento e do seu autor. Deverá ter as seguintes informações:

- Instituição de Ensino.
- Título do experimento realizado.
- Nome completo do aluno.
- Turma do aluno.
- Data de realização do experimento.

A Figura 1 mostra um possível modelo que poderá ser seguido para a capa.

1 http://200.17.101.9/wiki/images/3/37/Estrutura_relatorio_geral.pdf

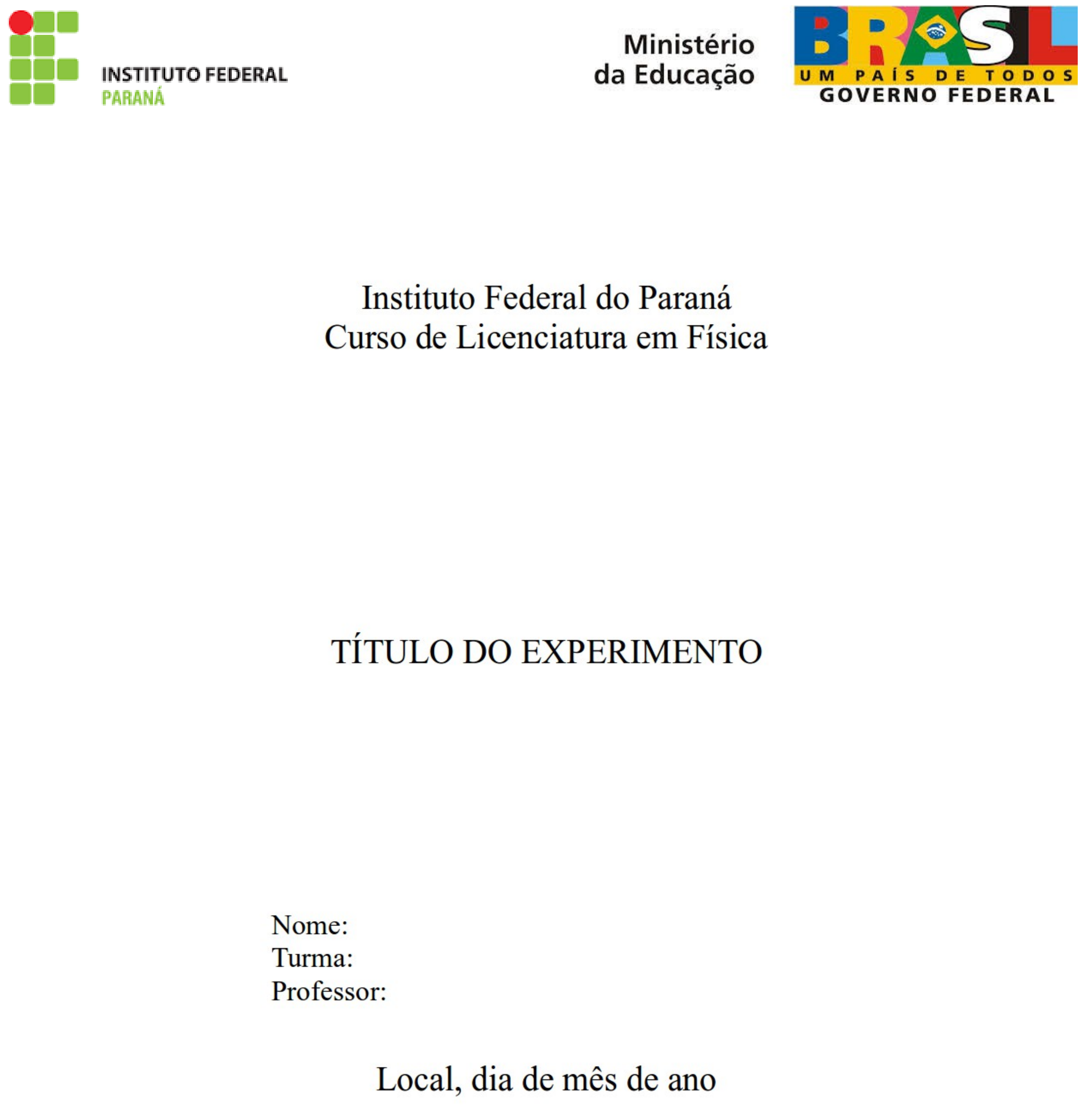

Figura 1: Modelo para a capa do relatório.

5.2.2 Introdução teórica

A introdução teórica consiste numa exposição resumida dos conceitos relativos ao experimento, abarcando o fenómeno estudado, as leis e modelos usados para a compreensão do experimento. É importante não esquecer de fazer referência à fonte bibliográfica usada.

5.2.3 Objetivos

Nesta secção devem estar descritos, de forma sucinta, os objetivos do trabalho experimental. *Para* *que serve este experimento? Qual o método usado e para que fim foi usado? O que pretendemos provar ou refutar?*

5.2.4 Materiais e procedimentos

Neste ponto é importante enumerar o material utilizado no experimento, assim como o procedimento. A informação sobre cada item será fornecida no roteiro do experimento pelo professor. É recomendado fazer um esquema do aparato experimental, indicando os nomes de cada elemento, ou usar uma foto para o efeito.

5.2.5 Resultados e discussão

Apresentar, na forma de tabela e gráfico, os resultados coletados no curso do experimento. Poderá ser feito análise estatística dos dados coletados, assim como um ajuste experimental dos mesmos. Quando possível, os dados, ou as relações obtidas serão comparadas com as equações teóricas descritas na introdução teórica do trabalho.

A discussão será feita tendo em conta as diferenças entre os resultados teóricos e experimentais, assim como as fontes de erro do método utilizado (ver X.X.)

É importante sublinhar que todos os cálculos efetuados para a obtenção dos resultados devem ser apresentados.

Tabelas

As tabelas deverão possuir:

- Numeração crescente e título na parte inferior (exemplo: **Tabela 1:** Dados experimentais.).
- Cabeçalho de coluna e linha, não esquecendo as unidades de cada grandeza medida (exemplo: massa [Kg]).

Gráficos

Os gráficos deverão possuir:

- Numeração crescente e título na parte inferior.
- Grandezas associadas aos eixos e respetivas unidades.
- Valores da escala adotada, podendo esta ser linear ou logarítmica.
- Pontos experimentais bem visíveis no gráfico.
- Quando necessário, o ajuste da curva experimental.

Figuras

As figuras deverão possuir:

- Numeração crescente e título na parte inferior.
- Referência da fonte da figura, se esta for retirada de algum trabalho ou publicação.

5.2.6 Questões

Por vezes, algumas questões são indicadas no roteiro para reflexão. É recomendado que estas questões sejam respondidas após a apresentação dos resultados. É importante identificar corretamente cada questão antes de responder.

5.2.7 Conclusões

As conclusões são a síntese do experimento. Este item não é uma repetição da discussão. Aqui, retomamos os objetivos do experimento e respondemos sinteticamente se eles foram ou não atingidos, sempre tendo em conta a comparação entre o modelo teórico utilizado e os resultados obtidos na prática laboratorial. Caso os resultados não tenham sido satisfatórios será interessante elaborar um pouco sobre as causas do insucesso.

5.2.8 Referências

O relatório deverá mencionar algumas referências. Seguem alguns exemplos ilustrativos.

Livros e Artigos

SOBRENOME, PRENOME abreviado. Título: subtítulo (se houver). Edição (se houver). Local da publicação: Editora, data da publicação da obra.
Exemplo: JEWETT JR., J. W.; SERWAY, R. A. FÍSICA PARA CIENTISTAS E ENGENHEIROS: ELETRICIDADE E MAGNETISMO. 8. ed. São Paulo, Cengage Learning, 2011.

Internet

AUTOR(ES). Título: subtítulo (se houver). Disponível em: <endereço da URL>. Acesso em: (data de acesso).
Exemplo: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS. Normas da ABNT para apresentação de trabalhos científicos, teses, dissertações e monografias. Belo Horizonte, 2004. Disponível em: <http://www.pucminas.br/biblioteca/normalizacao_monografias.pdf>. Acesso em: 21 jan. 2014.

5.2.9 Anexos

Devem conter tabelas, gráficos ou ilustrações complementares. Se existirem anexos deverão ser citados dentro do texto principal.

INSTITUTO FEDERAL
PARANÁ

Ministério
da Educação

Referências

MARCONI, M.A.; LAKATOS, E.M.Fundamentos de metodologia científica. 7. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2010.
OLIVEIRA Filho, I.R.O. Física Experimental II. Universidade do Vale do Paraíba. Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento. São José dos Campos, 2012.
TAKEYA, M.; MOREIRA, M. Apostila do Laboratório de Física Experimental I, DFTE-UFRN,2010.
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ. Biblioteca Central. Normas para apresentação de trabalhos: relatórios. Curitiba: Editora da UFPR, 2000.

Noções sobre medidas e erros I

1. Medidas

As grandezas na Física (ex: massa, posição, temperatura) são determinadas experimentalmente por medidas ou combinações de medidas. Independentemente da complexidade do experimento, todas as medidas devem seguir o mesmo sistema de representação.

A medida **M** será, assim, apresentada como

$$M=(m\pm\Delta m)u \quad ,$$

onde m é o valor numérico desta, Δm o erro provável da medição, que nos indica a sua confiabilidade, e u é a unidade de representação da medida.

As medidas podem ser diretas ou indiretas. As medidas são diretas quando um valor padrão é comparado diretamente com o valor medido (exemplo: régua, balança de pratos). A medida é indireta quando o valor padrão que é comparado tem uma relação com a grandeza que queremos medir. Um bom exemplo de uma medida indireta é a medição da temperatura por um termómetro de mercúrio. A medida é obtida pela variação do comprimento de uma coluna de mercúrio, causada pela variação de temperatura.

2. Algarismos significativos

Os algarismos significativos de uma medição são todos aqueles que medimos com certeza mais o primeiro algarismo duvidoso. O algarismos duvidoso é aquele que contém uma incerteza, chamada a incerteza da medição.

Consideremos uma régua medindo um objeto cuja menor divisão da sua escala é 1 cm, como exemplificado na Figura 2. Neste exemplo, temos a certeza que o valor do comprimento do objeto está situado entre 14 e 15 cm. *Qual será, neste caso, o valor do comprimento da régua entre estes dois números?*

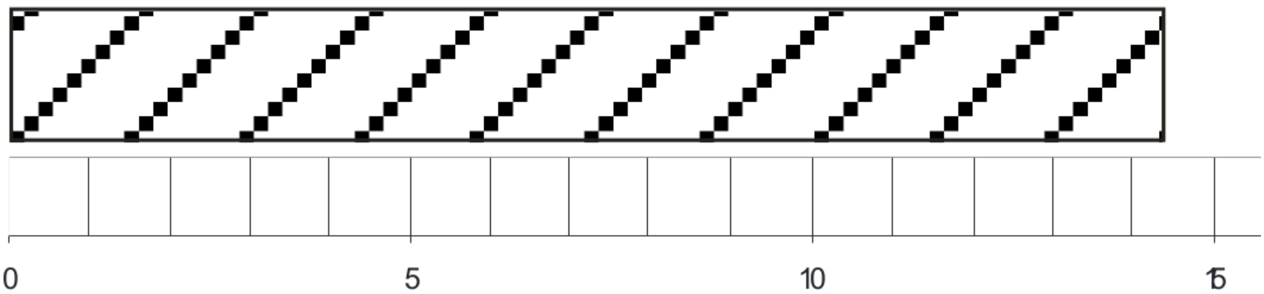

Figura 2: Exemplo de uma medição de distância com uma régua.

Como sabemos, o menor valor que a régua pode medir é de 1 cm. No entanto, é razoável assumir que é possível medir um valor que se situará entre os valores 14 e 15. Assim, este valor poderá ser lido por uma pessoa como 14,3 cm e por outras pessoas como 14,2 ou 14,4 cm.

Na apresentação de uma medição, devemos escrever apenas algarismos significativos, ou seja, os algarismos de que se tem a certeza mais um que seja duvidoso.

É importante salientar as seguintes regras práticas no que respeita aos algarismos significativos:

- Os zeros à esquerda do número não são significativos. Eles apenas indicam uma mudança de unidades. Por exemplo, o comprimento L, que possui 4 algarismos significativos, pode ser escrito como

$$L = 143{,}8\,mm = 14{,}38\,cm = 0{,}1438\,m = 0{,}0001438\,km.$$

  Todas estas leituras têm 4 algarismos significativos.

- Notação científica. Como foi visto anteriormente, a mudança de unidade não implica alteração no número de A.S. De forma a cumprir esta norma, é conveniente usar a notação científica, que consiste em usar um A.S. antes da vírgula e uma potência de 10 adequada seguida da unidade. Usando o exemplo anterior, podemos escrever

$$L = 14{,}38\,cm = 1{,}438 \times 10^{-1}\,m = 1{,}438 \times 10^{-4}\,km = 1{,}438 \times 10^{2}\,mm.$$

  A grande vantagem do uso da notação científica é a imediata identificação do número de A.S.

- Transformação de unidades. Quando existe a necessidade de transformar unidades de medida de um sistema para outro (nomeadamente para o sistema internacional) é importante manter o mesmo número de algarismos significativos. Por exemplo, para mudar uma medição em Libras para Newton tem-se

$$675\,lb = (675 \times 4{,}448) = 3002{,}4\,N.$$

  O resultado final da transformação deverá ter 3 algarismos significativos. Então

$$3002{,}4\,N = 3{,}00 \times 10^{3}\,N.$$

3. Critérios de Arredondamento

Quando se realiza uma operação matemática com medições com diferentes A.S., torna-se necessário apresentar o resultado da forma correta, isto é, com apenas um algarismo duvidoso. Para isso, devemos respeitar os seguintes critérios:

1. Se o algarismo que vem após o primeiro algarismo duvidoso for maior que 5,50,500,5000, etc., aumenta-se uma unidade ao primeiro algarismo duvidoso.
   Exemplo (os algarismos duvidosos estão assinalados com uma barra por cima do algarismo):

$$787,\bar{6}72\,cm^3 \Rightarrow 787,7\,cm^3$$
$$24,9\bar{2}87\,g \Rightarrow 24,93\,g$$
$$0,0026\bar{1}54\,A \Rightarrow 0,00262\,A$$

2. Se o algarismo que vem após o primeiro algarismo duvidoso for menor que 5,50,500,500, etc., o primeiro algarismo duvidoso permanece igual.
   Exemplo:

$$787,\bar{6}32\,cm^3 \Rightarrow 787,6\,cm^3$$
$$24,9\bar{2}47\,g \Rightarrow 24,92\,g$$
$$0,0026\bar{1}13\,A \Rightarrow 0,00261\,A$$

3. Se o algarismo que vem após o primeiro algarismo duvidoso for igual a 5,50,500,5000, etc., o último A.S. aumenta uma unidade caso ele seja ímpar, ou permanece igual caso ele seja par.
   Exemplo:

$$787,\bar{6}500\,cm^3 \Rightarrow 787,6\,cm^3$$
$$24,9\bar{2}50\,g \Rightarrow 24,92\,g$$
$$0,0026\bar{1}5\,A \Rightarrow 0,00262\,A$$

4. Operações com algarismos significativos

Por vezes é necessário medir diferentes grandezas físicas, com diferentes instrumentos possuindo, cada um, a sua precisão caraterística, de forma a obter, através de uma relação entre elas, uma outra grandeza física. Por exemplo, quando pretendemos obter o valor da aceleração da gravidade local, podemos usar um pêndulo simples. Para obter o valor de g, definido por

$$g = \frac{4\pi^2\left(L + \frac{d}{2}\right)}{T^2}\,ms^{-2}$$

precisamos medir o comprimento do fio (L), o período (T), e o diâmetro da esfera (d). Vamos supor que obtivemos as seguintes medidas:

$$T = (1,72 \pm 0.05)\,s$$
$$L = (72,54 \pm 0.05)\,cm$$
$$d = (1,8453 \pm 0,0005)\,cm.$$

Assim, $g = 980,3235448\,cms^{-2}$. Quantos destes algarismos são significativos? Vamos agora apresentar os critérios para obter o número correto de A.S. para as quatro operações matemáticas fundamentais. Neste momento não iremos considerar os erros das medições.

4.1 Adição e Subtração

O resultado da adição de várias parcelas é obtido arredondando-se a soma na casa decimal da parcela mais pobre em decimais. A subtração é apenas um caso particular da adição, adotando-se o mesmo critério para ambas as operações.

Exemplo:

$$27,\bar{8}\,m+1,32\bar{6}\,m+0,6\bar{6}\,m=29,\bar{7}86\,m\Rightarrow 29,8\,m$$
$$11,4\bar{5}\,s+93,\bar{1}\,s+0,33\bar{3}\,s=104,\bar{1}83\,s\Rightarrow 104,2\,s$$
$$27,\bar{8}\,m-1,32\bar{6}\,m-0,6\bar{6}\,m=25,\bar{8}14\,m\Rightarrow 25,8\,m$$
$$11,4\bar{5}\,s-0,\bar{9}31\,s-0,33\bar{3}\,s=10,\bar{1}86\,s\Rightarrow 10,2\,s$$

4.2 Multiplicação e Divisão

O produto ou divisão de duas ou mais medições deve possuir, em geral, o mesmo número de A.S. da medida mais pobre em A.S.

Exemplo:

$$3,2725\bar{1}\,cm^2\times 1,3\bar{2}\,cm^2=4,3\bar{1}97132\,cm^2\Rightarrow 4,32\,cm^2$$
$$0,45\bar{2}\,A\times 267\bar{1}\,\Omega=12\bar{0}7,292\,V\Rightarrow 1,21\times 10^3\,V$$
$$\frac{63,7\bar{2}\,cm}{23,\bar{1}\,s}=2,7\bar{5}8441558\,cm/s\Rightarrow 2,76\,cm/s$$
$$\frac{0,45\bar{1}\,V}{200\bar{1}\,\Omega}=0,00022\bar{5}3873\,A\Rightarrow 2,25\times 10^{-4}\,A\,.$$

Nas demais operações (radiciação, potenciação, logaritmação, etc.) o número de A.S. é mantido no resultado final. Em operações contendo constantes matemáticas, estas não interferem na contagem final dos A.S.

5. Erros de uma medida

Na física experimental são usados instrumentos para fazer as medições que necessitamos para estudar, de forma quantitativa, as propriedades da matéria. Cada instrumento possui sempre uma incerteza experimental, um erro, que irá determinar o grau de confiabilidade da medição, ou seja, o quanto esta está correta, se é aceitável ou mesmo se está feita de forma incorreta.

No processo de medição, inúmeros fatores influenciam no erro (Δm) da medida (m) sendo impossível caracterizar totalmente os fatores que formam a incerteza da medição. De uma forma simples, podemos escrever o erro como a soma de diferentes tipos de erro:

$$\Delta m=erro\,sistemático+erro\,estatístico+erro\,de\,escala+erro\,grosseiro+\ldots\quad .$$

Normalmente, um destes erros vai dominar a determinação, podendo ser usado, na maioria dos casos, como o erro da medida.

Podemos classificar os erros de uma medida nas seguintes categorias:

- Erro de escala. É o máximo erro aceitável cometido pelo operador, devido ao limite de resolução da escala do instrumento de medida.
- Erro sistemático. É o erro que, sem variar durante a medição, irá afastar o valor da medida do valor real num sentido bem determinado (daí erro sistemático). Este erro, quando descoberto, é facilmente eliminado. Exemplo: uma balança que marca sistematicamente 0,5 kg acima do valor real.
- Erro aleatório (ou estatístico). É o que decorre de perturbações estatísticas imprevisíveis, perto do limite de precisão do instrumento. Este erro pode acontecer em qualquer sentido, estando normalmente distribuído de forma simétrica, para mais e para menos do valor médio obtido na medição. Não podemos evitar este tipo de

erros, mas podemos analisá-los e minimizá-los usando, usualmente, a estatística normal ou Gaussiana.

- Erro grosseiro. É aquele que resulta de um uso incorreto do instrumento de medida. Costuma ser fácil de ser eliminado, pois ele se destaca de outras medições, bastando assim, repetir a medição várias vezes.

Na Figura 3 está ilustrado um modelo demonstrando a diferença entre erro sistemático e erro aleatório. Estão representados quatro alvos, em que os pontos indicam as posições de impacto de um projétil, assim como a distribuição estatística das posições relativamente à sua média.

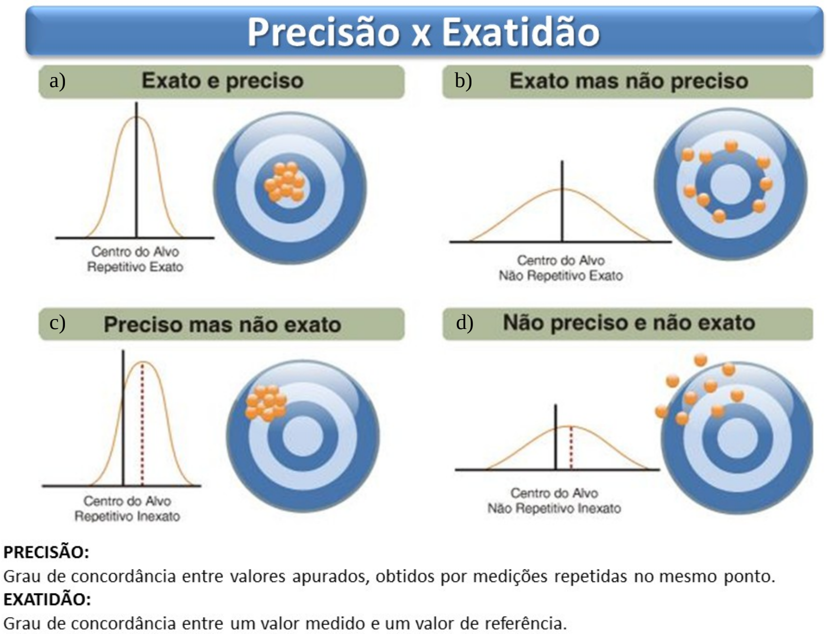

Figura 3: retirado de: http://dominiodotempo.com.br/2014/09/04/o-controle-do-seu-projeto-sera-preciso-ou-exato/

Observamos que:

- Em a), todos os impactos se encontram concentrados no centro do alvo. **Podemos afirmar que esta medição é precisa (pois os pontos se encontram todos próximos uns dos outros) e exata (o valor médio dos pontos coincide com o centro do alvo)**.
- Em b), os pontos se encontram mais dispersos, mas, ainda assim, o seu valor médio coincide com o centro do alvo. **Dizemos que a medição é exata mas não é precisa (em comparação com a))**.
- Em c), observamos que os pontos estão concentrados numa área do alvo mas longe do seu centro. **Dizemos que esta medição é precisa mas não é exata.** Este caso representa uma medição afetada por um erro sistemático.
- Em d) os pontos estão espalhadas por uma área relativamente grande e fora do centro do alvo. **Neste caso, a medição não é precisa nem exata e configura uma medição mal efetuada.**

5.1 Cálculo do erro aleatório

Vamos agora analisar os erros aleatórios, a partir da estatística normal ou gaussiana. Os seus postulados são os seguintes:

- A probabilidade P de cometer um desvio Δx por defeito ou por excesso é a mesma. Assim, $P(+\Delta x)=P(-\Delta x)$.
- A probabilidade de que o erro cometido numa medida esteja compreendido entre $-\infty$ e $+\infty$ é igual a 1 (ou a 100%).
- O valor mais provável de uma grandeza é a média aritmética das diferentes medições. Ou seja,

$$\bar{x}=\frac{(x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n)}{n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,$$

onde n é o número de medidas.

Para calcular o erro aleatório, precisamos primeiro de definir algumas relações:

a) Desvio de uma medida (Δx_i). É a diferença entre o valor de uma medida individual da grandeza e o seu valor mais provável (a média). Assim podemos escrever

$$\Delta x_i=x_i-\bar{x}.$$

b) Desvio padrão (σ). Na estatística gaussiana, o desvio padrão quantifica o desvio das medidas em torno da média. Assim,

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(\Delta x^2)}{n-1}}.$$

Finalmente, o erro aleatório é estimado pela relação

$$\epsilon=\pm t.\sigma,$$

onde t é uma constante que irá determinar o nível de confiabilidade desejada. **No laboratório, usaremos t = 1, que corresponde a um intervalo de confiança de 68,26%**. Ou seja, a probabilidade de uma medição cair entre $\pm\epsilon$ é de 68.26%.

Em Ciência, o valor mais usado para atestar a validade de uma medida é de 3σ (99,73%). Em certas áreas (por exemplo na Física de Partículas, onde se realizam milhões de medições por segundo em aceleradores de partículas como o LHC) o valor mínimo para distinguir um sinal do ruído estatístico é de 5σ (99,9994%). Uma outra forma de descrever o grau de confiabilidade de uma medida é em termos de probabilidades. Assim, numa medida com um grau de confiança de 3σ, a probabilidade de, numa medição individual, medir um valor fora do intervalo de confiança é de 1 em ~370. Já no caso do nosso intervalo de confiança ser de 5σ, a mesma probabilidade é de 1 em

~1.744.277.

Resumindo, o procedimento usado para a determinação do erro aleatório, para um conjunto de medições passa por calcular as seguintes quantidades:

a) A média $(\bar{x})$.
b) O desvio (Δx_i) para cada medida.
c) O valor $(\Delta x_i)^2$ para cada medida.
d) O desvio padrão (σ).

O erro é apresentado sempre com apenas um A.S., uma vez que este indica a posição do algarismo duvidoso da medida. Por exemplo, se no cálculo final para ϵ, se obtém 0,0035308, o erro deve ser apresentado com apenas um A.S., ou seja, $\epsilon = 0{,}004$.

Neste curso não usaremos conceitos como o desvio padrão da média, pois o seu uso exige um conhecimento mais detalhado da estatística das medições. Como o número de medições é baixo (N~10) faremos uso do desvio padrão como erro da medida.

5.2 Erro de escala

O erro de escala é inerente à escala do instrumento usado. Para uma única medida não faz sentido falar em erro estatístico. Assim sendo, cada medida individual poderá ser apresentada como

$$M=(m\pm\Delta m)u,$$

onde Δm é, neste caso, o erro da escala. Os instrumentos de medida podem ser classificados em analógicos e digitais. Os instrumentos analógicos permitem a avaliação, ou estimativa, do algarismo duvidoso da medida. Nos digitais, o algarismo duvidoso é lido e não avaliado.

5.2.1 Erro de escala em instrumentos analógicos

Podemos usar a expressão seguinte para calcular o erro de escala em instrumentos analógicos:

$$\epsilon_{esc}=\frac{\pm menor\, divisão\, da\, escala}{2}=\pm\frac{MDE}{2}.$$

Convém notar que o erro deve conter apenas um A.S.

5.2.2 Erro de escala em instrumentos digitais

No caso de instrumentos digitais, o erro da escala ϵ_{esc} é, simplesmente, a menor divisão da escala. Por exemplo, ao lermos o valor de tensão (V) em um multímetro, na escala que selecionámos obtemos o valor 13,25 V. O valor do erro desta medição será $\epsilon_{esc} = 0{,}01$ V.

5.3 Precisão e erro relativo

O erro relativo quantifica o erro do instrumento em relação ao valor da medida. Este erro representa a precisão da medição. Podemos exprimi-lo, ou não, em percentual:

$$e_r = \frac{erro\,do\,instrumento}{valor\,da\,medida} \quad ou \quad e_r(\%) = e_r \times 100.$$

No laboratório, em geral, uma medição é considerada precisa se o erro relativo for inferior a 10%.

5.4 Exatidão

A exatidão relaciona-se diretamente com o afastamento entre o valor obtido experimentalmente (x_{exp}), e o valor esperado (x_{esp}). Podemos estimar quantitativamente a exatidão, usando as seguinte expressões:

a) $|x_{\exp} - x_{esp}| < 3\Delta x_{\exp}$, se x_{esp} não tiver um erro associado.

b) $|x_{\exp} - x_{esp}| < 3\sqrt{\Delta x_{\exp}^2 + \Delta x_{esp}^2}$, se x_{esp} tiver um erro associado.

onde Δx_{exp} é o erro da medição. **Se a diferença entre os dois valores for inferior a 3 vezes o erro da medição experimental, a medição é considerada exata.** A referência usada para quantificar a exatidão corresponde a um intervalo de confiança de 3 vezes o desvio padrão da média. Por outras palavras, a probabilidade de medir um valor fora deste intervalo é inferior a 0,3%.

Gráficos

Os gráficos são fundamentais na análise de qualquer experimento. Os dados, quando expostos graficamente, podem expor correlações que não seriam observadas numa tabela de dados. Os pontos experimentais podem se dispor em curvas ou retas, tanto em escalas lineares como logarítmicas. Um gráfico configura, também, uma síntese da informação dos dados experimentais, e informa, de forma resumida e clara:

- A gama de valores medidos.
- A incerteza de cada medição
- A existência de uma correlação
- A identificação de pontos que não seguem uma correlação.

1. Construção de um gráfico

Antes do início da elaboração do gráfico, convém escolher o papel mais adequado para o efeito. É possível construir o gráfico em papel milimetrado, monolog (ou semilog) e di-log (ou log-log). Existem ainda outros tipos de papel que poderão ser usados eventualmente (ex: papel com coordenadas polares.

Após a seleção do papel, é importante mencionar algumas regras usadas na sua elaboração:

- Título. O gráfico deve conter um título indicando a relação pesquisada.

- Eixos. Devem estar indicados nos eixos as grandezas em estudo e suas unidades de medida, assim como a escala utilizada. A unidade de medida deve ser indicada entre parêntesis.
- Devem conter os pontos experimentais e respetivas barras de erro.
- Legenda. O gráfico poderá conter uma legenda, caso se torne necessário discernir entre diferentes pontos experimentais.

1.1 Escolha dos eixos coordenados

Em um experimento vamos trabalhar com variáveis dependentes e independentes. Em geral, as variáveis dependentes são colocadas no eixo das abcissas enquanto as variáveis independentes são colocadas no eixo das ordenadas.

Por exemplo, em um sistema massa mola oscilante é possível calcular o período de oscilação para uma determinada massa (Figura 4). Ao substituir a massa por outra, e fazendo o sistema oscilar, iremos obter um novo valor para o período. Observa-se que este depende da massa. Portanto, neste experimento, a massa é a variável dependente e o período a variável independente.

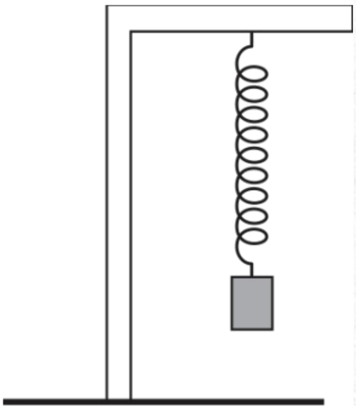

Figura 4: Ilustração de um sistema massa-mola (retirado de fisicafile.blogspot.com)

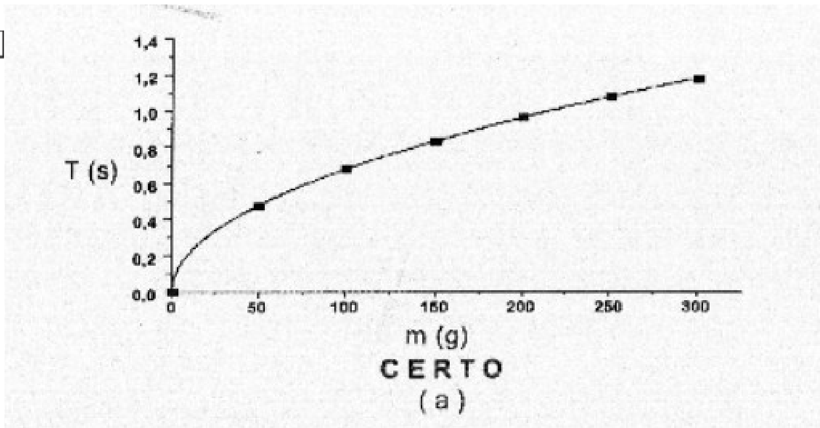

Figura 5 (Piacentini et al 2008)

A relação entre as variáveis m e T pode ser escrita como *T=f(m)*. Assim sendo, o gráfico da Figura 5 mostra a variável m no eixo dos x e a variável T no eixo dos y, juntamente com o valor da sua unidade.

1.2 Determinação das escalas

As escalas para cada um dos eixos ordenados deve ser escolhido com vista à sua legibilidade. Assim sendo, os pontos experimentais devem ocupar todo o espaço disponível no papel do gráfico. A forma mais simples de definir a escala para um eixo (por exemplo para o eixo dos x) é escolher um

$$valor/cm > \frac{(x_{max} - x_{min})}{número\ de\ cm\ de\ papel\ disponível},$$

com o cuidado que o menor valor de x seja igual a x_{min} ou tenha um valor inferior a este.

É também importante construir as escalas de forma a que seja fácil interpolar os diferentes valores. Assim sendo, deve-se usar blocos de divisões com 1, 2 ou 5 unidades e seus múltiplos.

1.3 Símbolos dos gráficos

A nossa amostra de dados estará a associada a um conjunto de pontos no gráfico. Recomenda-se evitar o tradicional ponto (.), pois pode facilmente desaparecer quando representado com outros símbolos.

No caso de existirem diferentes conjuntos de pontos, estes devem ser representados por diferentes símbolos, permitindo a distinção clara entre eles. Por exemplo, os símbolos (+), (×) e (□) permitem o seu discernimento, em caso de sobreposição. Nunca se deve colocar na escala as coordenadas dos pontos experimentais. Em geral cada ponto experimental deve vir acompanhado da barra de erro correspondente.

1.4 Linearização de equações

Em muitas situações de âmbito experimental encontramos situações de relações entre variáveis que não são lineares. Ou seja, o gráfico que descreve a sua relação é uma curva. No entanto, muitas vezes, é desejável construir um gráfico de forma a que a relação entre as variáveis seja uma reta. O procedimento de transformação, por mudança de variáveis, de uma relação não linear em linear chama-se linearização.

Como proceder para linearizar uma equação? A curva da Figura 6 é representada por uma equação do tipo

$$y_1 = c_1 x_1^2 + d_1 .$$

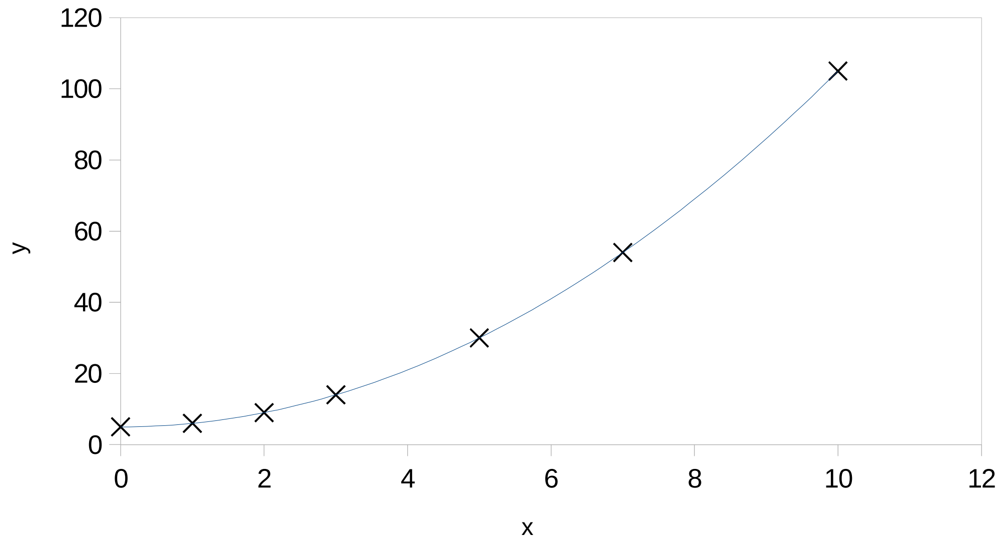

Figura 6

$y = y_1$
$a = c_1$
$x = x_1^2$
$b = d_1$.

Portanto, o gráfico linearizado será um gráfico de y em função de x^2, como podemos observar na Figura 7.

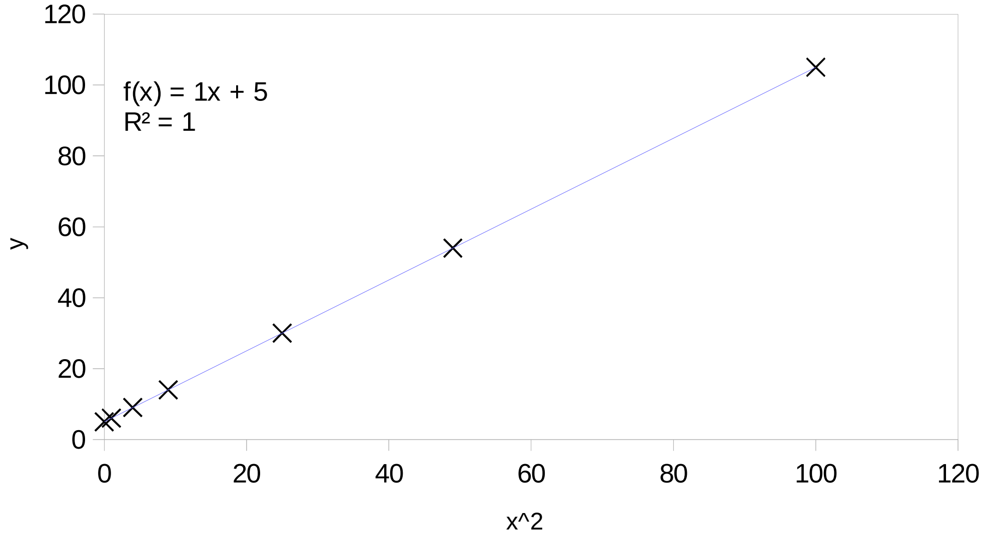

Figura 7

1.5 Regressão linear. Método dos mínimos quadrados

A partir da linearização de um gráfico, é possível traçar diferentes retas, dependendo do experimentador em causa. De forma a obter os parâmetros *a* e *b* da reta de forma otimizada, usamos o método dos mínimos quadrados. Este consiste em obter estes parâmetros de $y = a.x + b$ usando as seguintes fórmulas:

$$a = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}, e$$

$$b = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}.$$

onde n corresponde ao número de pontos experimentais.

Quando duas variáveis se relacionam, ou seja, quando a variação de uma gera uma variação na outra, dizemos que elas estão correlacionadas. Podemos calcular o coeficiente de correlação através da seguinte fórmula, para o caso da reta:

$$r=\frac{n\sum xy\sum x\sum y}{\sqrt{n\sum x^2-(\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2-(\sum y)^2}}\,.$$

O cálculo deste coeficiente nos dá uma ideia do grau de correlação que existe entre as variáveis, onde r=1 corresponde a uma correlação perfeita, r=-1 a uma anti-correlação perfeita e r=0 a nenhuma correlação. O valor experimental de r pode ser positivo ou negativo mas o importante é o seu valor absoluto. Quanto mais próximo r estiver de 1 melhor mais correlacionadas estão as relações. Podemos observar os gráficos com diferentes coeficientes de correlação na Figura 8.

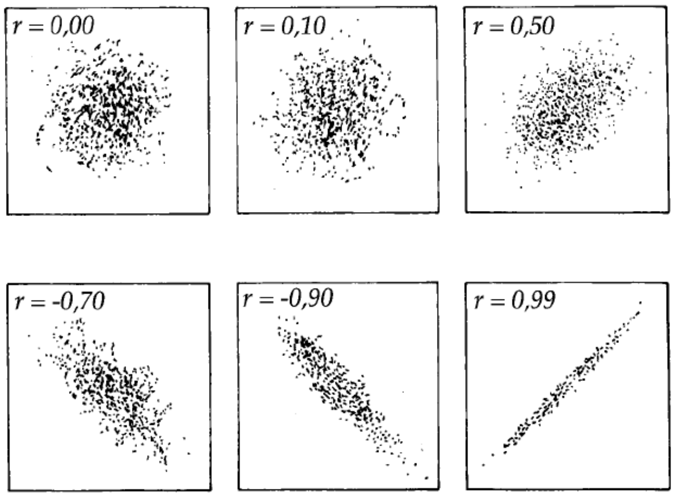

Figura 8: Relações com diferentes coeficientes de correlação. Retirado de 'Guia de tratamento de dados para física experimental da Universidade de Aveiro

Calcular manualmente *a*,*b* e *r* revela-se bastante trabalhoso e passível de erro. Assim, é preferível recorrer a um método automático. Vamos, então, utilizar a calculadora científica para obter os três parâmetros.

Regressão linear via calculadora

Aqui apresentamos um roteiro para calcular os parâmetros da reta usando a calculadora CASIO *fx*82 MS, que pensamos ser a máquina mais usada nos primeiros anos do ensino superior.

Para zerar qualquer valor contido na memória da calculadora:

SHIFT → CLR → 3 (ALL) → ==

Para aplicar a regressão linear:

MODE → 3 (REG) → 1 (LIN)

Aparecerá na parte superior da tela o indicativo REG, que informa que o modo regressão linear está ativado.

Agora, os dados experimentais devem ser inseridos aos pares

x,y → M+.

feito isso, aparecerá nas extremidades esquerda do visor n= e na extremidade direita 1.

Repita esse procedimento para os todos os pares ordenados obtidos experimentalmente. A função M+ deve ser utilizada inclusive para o último par de dados inserido. Para cada conjunto deve ser mostrado n=1., n=2. n=3., etc.

Para obter e visualizar os coeficientes *a, b* e *r*, proceda da seguinte maneira:

→ AC → SHIFT → 2 (S-VAR)→ ➡ ➡ (no botão central)

→ 2 (B) → = (aparecerá o valor de *b*)

→ AC → SHIFT → 2 (S-VAR)→ ➡ ➡ (no botão central)

→ 1 (A) → = (aparecerá o valor de *a*)

→ AC → SHIFT → 2 (S-VAR)→ ➡ ➡ (no botão central)

→ 3 (r) → = (aparecerá o valor de *r*)

De posse dos valores de *a* e *b* , reescreva a equação (2) para as grandezas físicas envolvidas e realize o ajuste da reta conforme já mencionado. Apresente o valor de *r* junto com a equação da reta no gráfico.

Média e desvio padrão na calculadora

Usando os dados já inseridos na calculadora, basta seguir o procedimento descrito para calcular a média e o desvio padrão, tanto dos valores das abcissas como os das ordenadas.

Média dos valores de x:

→ AC → SHIFT → 2 (S-VAR) → 1 (x) → =

Desvio padrão para os valores de x:

$\boxed{\rightarrow \text{AC} \rightarrow \text{SHIFT} \rightarrow 2 \text{ (S-VAR)} \rightarrow 3 \text{ (sx)} \rightarrow =}$

$\boxed{\text{Média para os valores de y:}}$

$\boxed{\rightarrow \text{AC} \rightarrow \text{SHIFT} \rightarrow 2 \text{ (S-VAR)} \rightarrow 1 \text{ (y)} \rightarrow =}$

$\boxed{\text{Desvio padrão para os valores de y:}}$

$\boxed{\rightarrow \text{AC} \rightarrow \text{SHIFT} \rightarrow 2 \text{ (S-VAR)} \rightarrow 3 \text{ (sy)} \rightarrow =}$

1.6 Erros nos parâmetros da reta e barras de erro

A incerteza nos parâmetros *a* e *b* pode ser obtida através das seguintes equações:

$$\Delta a = |a| \sqrt{\frac{\frac{1}{r^2} - 1}{n-2}} \quad e$$

$$\Delta b = \Delta a \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

As incertezas acima escritas fornecem, portanto, os erros aleatórios dos parâmetros *a* e *b.* As barras de erro para a variável independente (y) são estimadas usando o erro aleatório de múltiplas medições para cada ponto ou do erro instrumental se for feita apenas uma medida para cada ponto assinalado no gráfico. **Nota que o erro da variável independente corresponde apenas a metade de uma barra de erro.**

O somatório dos quadrados de x poderá ser calculado através da calculadora usando:

$\boxed{\rightarrow \text{AC} \rightarrow \text{SHIFT} \rightarrow 1 \text{ (S-SUM)} \rightarrow 1 \rightarrow =}$.

Referências

MUKAI, H.; FERNANDES, P. R. G. Manual de Laboratório de Física I. Universidade Estadual de Maringá, fev/2015. Disponível em: < http://www.dfi.uem.br/dfinova3/?q=node/350>.

PIACENTINI, J. J.; GRANDI, B. C. S.; HOTMANN, M. P.; LIMA, F. R. R.; ZIMMERMANN, E. Introdução ao Laboratório de Física. 5. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2013.

UNIVERSIDADE DE AVEIRO, DEPARTAMENTO DE FÍSICA. Guia de tratamento de dados para laboratório de física experimental, 2002.

TAKEYA, M.; MOREIRA, M. Apostila do Laboratório de Física Experimental I, DFTE-UFRN,2010.