

EXERCÍCIOS

1. Determine se as fórmulas abaixo são tautologias, contradições ou contingências.

- a. $\neg A \wedge B \rightarrow A$ b. $\neg B \rightarrow (A \vee B)$ c. $(C \vee A) \leftrightarrow \neg \neg C$ d. $A \vee (A \rightarrow B)$
e. $(D \vee \neg A) \rightarrow \neg C$ f. $\neg(A \wedge B) \rightarrow \neg(C \wedge B)$ g. $\neg \neg D \wedge \neg(A \rightarrow A)$
h. $(\neg A \vee C) \leftrightarrow \neg(A \wedge \neg C)$ i. $A \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow A)$ j. $(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow B$

2. Demonstre que:

- (a) $\sim \sim p \equiv p$ (eliminação da dupla negação)
(b) $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ (def. \rightarrow em termos de \sim e \vee)
(c) $\sim(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ (lei de De Morgan 1)
(d) $\sim(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ (lei de De Morgan 2)
(e) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (distributividade)
(f) $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (distributividade)

3. Usando tabelas de verdade, verifique se as conclusões indicadas abaixo de fato são verdadeiras.

- (a) $A \vee B, \sim A \vDash B$ (f) $A, \sim A \vDash B$
(b) $A \leftrightarrow B, \sim A \vDash \sim B$ (g) $\vDash A \leftrightarrow \sim \sim A$
(c) $A \vDash (A \rightarrow (B \wedge A)) \rightarrow (A \wedge B)$ (h) $\sim(A \vee B), F \leftrightarrow A \vDash \sim F$
(d) $(B \wedge C) \rightarrow F, \sim B, \sim C \vDash \sim F$
(e) $(A \rightarrow B) \rightarrow A \vDash A$

4. Considere a fórmula c uma contradição, a fórmula t uma tautologia e α uma fórmula qualquer. Mostre que:

- a) $c \vDash \alpha$ b) $\alpha \vDash t$ c) $\alpha \wedge t \vDash \alpha$ d) $\alpha \vee t \vDash t$ e) $\alpha \wedge \sim \alpha \vDash c$ f) $\alpha \wedge c \vDash c$
g) $\alpha \vee c \vDash \alpha$ h) $\sim t \vDash \alpha$ i) $\sim c \vDash t$ j) $\alpha \vee \sim \alpha \vDash t$