FUNÇÕES DE VERDADE

São funções que tomam como argumento valores de verdade e associam a estes um outro valor de verdade

Negação

~p é verdadeiro se, e somente se p é falso

~p é falso se, e somente se p é verdadeira

Se A representa “Pedro é músico” e sabemos ser **verdadeira** esta sentença, o valor da Negação dessa sentença, a saber, “Pedro não é musico” é **falso**.

p	~p
V	F
F	V

CONJUNÇÃO

Uma conjunção $p \wedge q$ é verdadeira se, e somente se p e q são verdadeiras.

p	**q**	**$p \wedge q$**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

PARA PENSAR!

Considere a sentença: **João pulou do edifício e morreu (1).**

Nesta sentença estamos afirmando duas proposições atômicas: **João pulou do edifício** e **João morreu**.

Em linguagem proposicional representamos por $A \wedge B$. Assim, se $A \wedge B$ é verdadeira, a fórmula $B \wedge A$ também é verdadeira.

Agora $B \wedge A$ retraduzida diz : **João morreu e pulou do edifício (2).**

*A interpretação usual de (1) e (2) é que há uma conexão temporal entre A e B: **João pulou do edifício, e então morreu**.*

Nessa segunda leitura, é claro que (1) é verdadeira e (2) é falsa.

A moral da história **é que a conjunção, como definida pela tabela verdade**, é uma “pasteurização”, digamos da conjunção (ou das conjunções) que temos em uma linguagem natural como o português.

Algo similar ocorre com “mas” que também é formalizado usando-se $\wedge$.

Pedro é inteligente e preguiçoso.

Pedro é inteligente, mas preguiçoso.

DISJUNÇÃO

Uma disjunção $p \vee q$ é falsa se, e somente se p e q são falsas.

A disjunção tem sentido inclusivo de e/ou. Assim temos uma possibilidade, ou a outra, ou eventualmente as duas coisas.

Ex.: Ou chove ou faz sol.

p	**q**	**$p \vee q$**
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

IMPLICAÇÃO (CONDICIONAL)

Uma implicação $p \rightarrow q$ é falsa se, e somente se p é verdadeira e q é falsa.

p	**q**	**$p \rightarrow q$**
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

PARA PENSAR!

“Se 2+2=5 então a lua é feita de queijo” é uma implicação verdadeira.

Agora, *não estamos dispostos a concordar que 2+2=5 implica que a Lua é feita de queijo, pois uma coisa não tem nada a ver com a outra.*

Vejamos:

(i) Se o Califa Omar não queimou a biblioteca de Alexandria , então alguma outra pessoa o fez.

(ii) Se o Califa Omar não tivesse queimado a biblioteca de Alexandria , então alguma outra pessoa o teria feito.

Intuitivamente (i) é verdadeiro e (ii) é considerado falso.

Para entender (aceitar) melhor a implicação pense nela como uma maneira mais simples de dizer:

$$\sim (P \wedge \sim Q)$$

É O QUE DIZ A TABELA DA IMPLICAÇÃO:

$P \rightarrow Q$ não é verdadeiro quando P é verdadeiro e Q é falso.

BICONDICIONAL

Uma bicondicional $p \leftrightarrow q$ é verdadeira se, e somente se p e q possuem o mesmo valor de verdade.

p	**q**	**$p \leftrightarrow q$**
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

OU EXCLUSIVO

Uma disjunção exclusiva $p \otimes q$ é verdadeira se, e somente se p e q possuem diferentes valores de verdade.

O sentido da disjunção exclusiva representa a “idéia” de ou uma coisa ou outra.
Ex.: João será eleito prefeito de Florianópolis ou José será eleito.

p	**q**	**$p \otimes q$**
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Tabelas verdade

Um dos primeiros métodos propostos na literatura para a verificação de validade de fórmulas é **o método da tabela da verdade.**

A tabela da verdade é um método exaustivo de **geração de valorações** para uma dada fórmula A.

Construção da tabela da verdade

- A tabela possui uma coluna para cada subfórmula de A. Em geral, **os átomos de A ficam situados nas colunas mais à esquerda**, e **A é a fórmula mais à direita**.

- Para cada valoração possível para os átomos de A, insere-se uma linha com os valores da valoração dos átomos.

- Em seguida, a valoração dos átomos é propagada para as subfórmulas, obedecendo-se a definição de valoração. Dessa forma, começa-se valorando as fórmulas menores até as maiores.

- Ao final desse processo, **todas as possíveis valorações de A são criadas**.

Tabela verdade para a fórmula $(P \vee Q) \wedge (\sim P \vee \sim Q)$

P	**Q**	**~P**	**~Q**	**$P \vee Q$**	**$\sim P \vee \sim Q$**	**$(P \vee Q) \wedge (\sim P \vee \sim Q)$**
V	V	F	F	V	F	F
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	F

Do ponto de vista computacional, é importante notar que, se uma fórmula contém **n átomos**, o número de valorações possíveis para esses átomos é $\mathbf{2n}$ e, portanto, o número de linhas da tabela da verdade será $\mathbf{2n}$.

negação

p	~p
V	F
F	V

conjunção

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

disjunção

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

implicação

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ou exclusivo

p	q	$p \otimes q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F