

Segunda Lista de Exercícios de Lógica

Exercício:

29. Mediante o uso de tabelas de verdade, testar a validade dos seguintes argumentos:

- (a) $B \rightarrow \neg A, \neg(\neg A) \vdash B$ (d) $\neg E \rightarrow \neg A, \neg(\neg A \vee B) \vdash \neg B$
 (b) $A \rightarrow \neg B, A \vee B \vdash A \leftrightarrow \neg B$ (e) $\neg(A \vee B), B \rightarrow E, A \vee (A \rightarrow B) \vdash B \vee E$
 (c) $C \rightarrow (D \vee E), D \rightarrow \neg C \vdash \neg C$ (f) $A \rightarrow \neg B, B \rightarrow \neg E, A \vee \neg E \vdash \neg B \vee \neg E$.
-

30. Dar os nomes das regras usadas em cada um dos argumentos seguintes:

- (a) $\neg(E \vee D) \rightarrow A, \neg(E \vee D) \vdash A$
 (b) $A \rightarrow (D \vee G), \neg(D \vee G) \vdash \neg A$
 (c) $(A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg E), \neg(A \wedge \neg B) \vdash B \wedge \neg E$
 (d) $B \rightarrow F \vdash (B \rightarrow F) \vee \neg D$
 (e) $(C \rightarrow E) \vee (D \vee A), \neg(D \vee A) \vdash C \rightarrow E$
 (f) $C \rightarrow \neg D, \neg D \rightarrow G \vdash C \rightarrow G$
 (g) $E \rightarrow \neg(A \vee B), \neg(\neg(A \vee B)) \vdash \neg E$
 (h) $D \wedge (C \vee \neg D) \vdash C \vee \neg D$
 (i) $\neg E \rightarrow \neg D, \neg(\neg D) \vdash E$
 (j) $\neg(C \wedge D), E \rightarrow C \vdash \neg(C \wedge D) \wedge (E \rightarrow C)$
 (l) $C \wedge \neg E \vdash \neg E$
 (m) $(C \wedge D) \vee \neg G, G \vdash C \wedge D$
 (n) $C \rightarrow (D \rightarrow G), C \vdash D \rightarrow G$
 (o) $(\neg C \rightarrow \neg D) \vee G, \neg(\neg C \rightarrow \neg D) \vdash G$.
-

31. Completar cada um dos seguintes argumentos válidos:

- (a) $(E \wedge A) \rightarrow \neg B$
 $\quad \underline{\neg(\neg B)}$
- (b) $C \rightarrow (D \rightarrow G)$
 $\quad \underline{\neg C}$
- (c) $(C \wedge \neg D) \vee (D \wedge \neg G)$
 $\quad \underline{C \wedge \neg D}$
- (d) $\neg(\neg C \rightarrow \neg D) \vee G$
 $\quad \underline{\neg G}$
- (e) $C \rightarrow (D \wedge G)$
 $\quad \underline{C \rightarrow \neg D}$

Exemplos de dedução direta

Exemplos:

(a) Deduzir $\neg D$ a partir de C , $C \rightarrow \neg B$, $\neg B \rightarrow \neg D$.

- | | |
|--------------------------------|-------------|
| 1. C | p. |
| 2. $C \rightarrow \neg B$ | p. |
| 3. $\neg B \rightarrow \neg D$ | p. |
| 4. $\neg B$ | MP em 1 e 2 |
| 5. $\neg D$ | MP em 3 e 4 |

(b) Deduzir $E \vee \neg D$ quando conhecidas as premissas $D \vee B$, $C \rightarrow \neg B$, $\neg C \rightarrow E$.

- | | |
|---------------------------|-------------|
| 1. $D \vee B$ | p. |
| 2. $C \rightarrow \neg B$ | p. |
| 3. $\neg C \rightarrow E$ | p. |
| 4. B | S em 1 |
| 5. $\neg(\neg B)$ | DN em 4 |
| 6. $\neg C$ | MT em 2 e 5 |
| 7. E | MP em 3 e 6 |
| 8. $E \vee \neg D$ | D em 7 |

(c) Derivar " $x = 0$ " das premissas:

- | | |
|---------------------------------|-------------|
| 1. $x \neq 0 \rightarrow x = y$ | p. |
| 2. $x = y \rightarrow x = z$ | p. |
| 3. $x \neq z$ | p. |
| 4. $x \neq y$ | MT em 2 e 3 |
| 5. $\neg(x \neq 0)$ | MT em 1 e 4 |
| 6. $x = 0$ | DN em 5 |

(d) Deduzir A das premissas:

- | | |
|---------------------------|-------------|
| 1. $\neg A \rightarrow B$ | p. |
| 2. $B \rightarrow \neg D$ | p. |
| 3. $D \vee E$ | p. |
| 4. $\neg E$ | p. |
| 5. D | SD em 3 e 4 |
| 6. $\neg(\neg D)$ | DN em 5 |
| 7. $\neg B$ | MT em 2 e 6 |
| 8. $\neg(\neg A)$ | MT em 1 e 7 |
| 9. A | DN em 8. |

Exercício:

32. Verificar a validade dos seguintes argumentos:

(a) $A \rightarrow D, A \wedge B, (D \wedge E) \rightarrow \neg C, B \rightarrow E \vdash \neg C$

(b) $3x + y = 11 \leftrightarrow 3x = 9$

$(3x = 9 \rightarrow 3x + y = 11) \leftrightarrow y = 2$

$$\frac{y \neq 2 \vee x + y = 5}{x + y = 5}$$

(c) $(A \rightarrow B) \wedge E, A, C \rightarrow \neg B, C \vee D \vdash D$

(d) $A \rightarrow D, \neg C \rightarrow \neg B, A \wedge B \vdash C \wedge D$

(e) $C \rightarrow E, \neg E, C \vee D \vdash D$

(f) $(C \vee G) \rightarrow A, B \rightarrow (\neg A \wedge \neg E), B \vdash \neg G$

(g) $(A \rightarrow B) \vee (E \wedge D), \neg B \vdash A \rightarrow E$

(h) $D \wedge B, C \rightarrow \neg B, \neg C \rightarrow E \vdash E \vee \neg D.$

Exemplos de dedução de conclusão condicional

(a) Derivar $E \rightarrow \neg A$, dadas as premissas:

- | | |
|---------------------------|-------------|
| 1. $A \rightarrow B$ | p. |
| 2. $E \rightarrow \neg B$ | p. |
| 3. E | pp. |
| 4. $\neg B$ | MP em 2 e 3 |
| 5. $\neg A$ | MT em 1 e 4 |
| 6. $E \rightarrow \neg A$ | DC de 3 a 5 |

(b) Deduzir $E \rightarrow \neg D$, dadas as premissas:

- | | |
|-------------------------------|----------------|
| 1. $B \rightarrow \neg E$ | p. |
| 2. $\neg(D \wedge \neg B)$ | p. |
| 3. E | pp. |
| 4. $\neg(\neg E)$ | DN em 3 |
| 5. $\neg B$ | MT em 1 e 4 |
| 6. $\neg D \vee \neg(\neg B)$ | De Morgan em 2 |

7. $\neg D \vee B$	DN em 6
8. $\neg D$	SD em 5 e 7
9. $E \rightarrow \neg D$	DC de 3 a 8

(c) Obter $C \rightarrow D$, dadas as premissas:

1. $(C \vee E) \rightarrow A$	p.
2. $E \rightarrow (\neg A \wedge \neg B)$	p.
3. $E \vee D$	p.
4. C	pp.
5. $C \vee E$	D em 4
6. A	MP em 1 e 5
7. $E \rightarrow \neg(A \vee B)$	De Morgan em 2
8. $A \vee B$	D em 6
9. $\neg(\neg(A \vee B))$	DN em 8
10. $\neg E$	MT em 7 e 9
11. D	SD em 3 e 10
12. $C \rightarrow D$	DC de 4 a 11.

Exemplos de dedução de conclusão bicondicional

Exemplo:

(a) Derivar $C \leftrightarrow D$ quando conhecidas as premissas:

1. $F \rightarrow C$	p.
2. $D \rightarrow F$	p.
3. $C \rightarrow G$	p.
4. $D \vee \neg G$	p.
.....	
5a. C	pp.
6a. G	MP em 3 e 5a
7a. D	SD em 4 e 6a
8a. $C \rightarrow D$	DC de 5a a 7a
.....	
5b. D	pp.
6b. F	MP em 2 e 5b
7b. C	MP em 1 e 6b
8b. $D \rightarrow C$	CD de 5b a 7b
.....	
9. $(C \rightarrow D) \wedge (D \rightarrow C)$	C em 8a e 8b
10. $C \leftrightarrow D$	BIC em 9.

Exercício:

33. Testar a validade dos argumentos seguintes por derivação condicional:

- (a) $(C \vee G) \rightarrow A, B \rightarrow (\neg A \wedge \neg E) \vdash B \rightarrow \neg G$
 - (b) $\neg E \rightarrow B, \neg C, \neg D \rightarrow \neg B \vdash (C \vee \neg D) \rightarrow E$
 - (c) $D \rightarrow E, D \vee A, A \rightarrow B, E \rightarrow C \vdash \neg B \rightarrow C$
 - (d) $A \rightarrow (B \vee E), \neg E \vdash A \rightarrow B$
 - (e) $(B \vee G) \rightarrow C, (C \wedge D) \rightarrow \neg E, D \vdash B \rightarrow \neg E.$
-

Exemplos de dedução indireta

Exemplos:

(a) Deduzir E, dadas as premissas:

- | | |
|---------------------------|----------------|
| 1. $\neg A \rightarrow E$ | p. |
| 2. $\neg E \rightarrow B$ | p. |
| 3. $\neg(A \wedge B)$ | p. |
| 4. $\neg E$ | pp. |
| 5. B | MP em 2 e 4 |
| 6. $\neg A \vee \neg B$ | De Morgan em 3 |
| 7. $\neg \neg B$ | DN em 5 |
| 8. $\neg A$ | SD em 6 e 7 |
| 9. E | MP em 1 e 8 |
| 10. $E \wedge \neg E$ | C em 4 e 9 |
| 11. E | DI de 4 a 10 |

(b) Derivar $\neg A$:

- | | |
|---------------------------|--------------|
| 1. $\neg B \vee D$ | p. |
| 2. $A \rightarrow \neg D$ | p. |
| 3. B | p. |
| 4. $\neg(\neg A)$ | pp. |
| 5. A | DN em 4 |
| 6. $\neg D$ | MP em 2 e 5 |
| 7. $\neg B$ | SD em 1 e 6 |
| 8. $B \wedge \neg B$ | C em 3 e 7 |
| 9. $\neg A$ | DI de 4 a 8. |

Exemplos de dedução indireta da forma condicional

Exemplos:

(a) Deduzir $E \rightarrow \neg B$ dadas as premissas abaixo:

1. $\neg E \vee \neg D$	p.
2. $B \rightarrow D$	p.
3. E	pp.
4. $\neg \neg B$	pp.
5. $\neg \neg E$	DN em 3
6. $\neg D$	SD em 1 e 5
7. $\neg B$	MT em 2 e 6
8. $\neg B \wedge \neg \neg B$	C em 4 e 7
9. $E \rightarrow \neg B$	DI de 3 a 8

(b) Derivar $A \rightarrow B$ das premissas abaixo:

1. $(A \rightarrow B) \vee E$	p.
2. $(D \vee C) \rightarrow \neg E$	p.
3. $D \vee (C \wedge F)$	p.
4. A	pp.
5. $\neg B$	pp.
6. $(D \vee C) \wedge (D \vee F)$	Distributividade em 3
7. $D \vee C$	S em 6
8. $\neg E$	MP em 2 e 7
9. $A \rightarrow B$	SD em 1 e 8
10. B	MP em 4 e 9
11. $B \wedge \neg B$	C em 5 e 10
12. $A \rightarrow B$	DI de 4 a 11.

Exercícios:

34. Testar os argumentos seguintes pela dedução indireta:

(a) $\neg E \vee \neg D, (C \vee D) \rightarrow E, D \vee \neg D, \neg C \vdash \neg(C \vee D)$

(b) $C \rightarrow \neg D, G \rightarrow \neg C, D \vee G \vdash \neg C$

35. Testar os argumentos seguintes pela dedução indireta do condicional:

(a) $(A \rightarrow B) \vee E, (D \vee C) \rightarrow \neg E, D \vee (C \wedge F) \vdash A \rightarrow B$

(b) $A \rightarrow (B \vee E), \neg E \vdash A \rightarrow B$

(c) $(A \rightarrow B) \vee (E \wedge D), \neg B \vdash A \rightarrow D$

(d) $C \rightarrow D, D \rightarrow \neg E, (C \rightarrow \neg E) \rightarrow B \vdash A \rightarrow (A \wedge B)$

(e) $\neg C \vee \neg D, B \rightarrow D \vdash C \rightarrow \neg B.$

36. Nas deduções abaixo, completar as passagens:

- | | | |
|--------------------------------|----|-----------------|
| (a) 1. $A \rightarrow B$ | p. | 5. A |
| 2. $\neg E \rightarrow \neg B$ | p. | 6. B |
| 3. $\neg(\neg A \vee \neg D)$ | p. | 7. E |
| 4. $A \wedge D$ | | 8. D |
| | | 9. $E \wedge D$ |
-

- | | | |
|--|-----|----------------------|
| (b) 1. $\neg(D \wedge G) \rightarrow \neg C$ | p. | |
| 2. $C \rightarrow (\neg D \wedge E)$ | p. | 6. $D \wedge G$ |
| 3. C | pp. | 7. D |
| 4. $\neg D \wedge E$ | | 8. $D \wedge \neg D$ |
| 5. $\neg D$ | | 9. $\neg C$ |
-

- | | | | |
|--|----|----------------------|------------------|
| (c) 1. $C \rightarrow (D \rightarrow G)$ | p. | 5. $A \wedge C$ | 10. D |
| 2. $(G \wedge F) \rightarrow B$ | p. | 6. A | 11. G |
| 3. $A \rightarrow (D \wedge F)$ | p. | 7. $D \wedge F$ | 12. F |
| 4. $\neg(\neg A \vee \neg C)$ | p. | 8. C | 13. $G \wedge F$ |
| | | 9. $D \rightarrow G$ | 14. B |
-

- | | | |
|---|----|----------------------------|
| (d) 1. $(A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg E)$ | p. | 6. $\neg A$ |
| 2. $A \rightarrow D$ | p. | 7. $\neg A \vee B$ |
| 3. $\neg D \vee C$ | p. | 8. $\neg(A \wedge \neg B)$ |
| 4. $\neg C$ | p. | 9. $B \wedge \neg E$ |
| 5. $\neg D$ | | 10. B |