

1. Para cada uma das relações seguintes, responda:
 - É uma função? Se não for, explique por que e pare. Em caso contrário, continue com as questões restantes.
 - Quais são seus domínio e imagem?
 - A função é um-a-um? Se não for, explique por que e pare. Em caso contrário, responda à questão seguinte.
 - Qual é sua função inversa?
 - a) $\{1, 2\}, \{3, 4\}$.
 - b) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, y = 2x\}$.
 - c) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, x + y = 0\}$.
 - d) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, xy = 0\}$.
 - e) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, y = x^2\}$.
 - f) \emptyset .
 - g) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{Q}, x^2 + y^2 = 1\}$.
 - h) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, x \mid y\}$.
 - i) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, x \mid y \text{ e } y \mid x\}$.
 - j) $\{(x, y) : x, y \in \mathbb{N}, \binom{x}{y} = 1\}$.
2. Sejam $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 5\}$. Escreva todas as funções $f : A \rightarrow B$. Indique quais são um-a-um e quais são sobre B .
 3. Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$. Escreva todas as funções $f : A \rightarrow B$. Indique quais são um-a-um e quais são sobre B .
 4. Sejam $A = \{1, 2\}$ e $B = \{3, 4\}$. Escreva todas as funções $f : A \rightarrow B$. Indique quais são um-a-um e quais são sobre B .
 5. Determine $f(2)$ para cada uma das funções seguintes.
 - a) $f = \{(x, y) : x, y \in \mathbb{Z}, x + y = 0\}$.
 - b) $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 2)\}$.
 - c) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ por $f(x) = (x + 1)^{(x+1)}$.
 - d) $f = \{1, 2, 3, 4, 5\} \times \{1\}$.
 6. Sejam $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{5, 6, 7\}$. Seja f a relação

$$f = \{(1, 5), (2, 5), (3, 6), (?, ?)\}$$

onde as duas interrogações devem ser determinadas pelo leitor. Seu trabalho final consiste em achar substitutos para $(?, ?)$ de modo que as proposições seguintes sejam verdadeiras. [Esperam-se três respostas diferentes para cada um dos itens (a), (b) e (c). O par ordenado $(?, ?)$ deve pertencer a $A \times B$.]

- a) A relação f não é uma função.
- b) A relação f é uma função de A para B mas não sobre B .
- d) A relação f é uma função de A para B e é sobre B .

9. Para cada caso a seguir, determine se a função é um-a-um, sobre, ou ambos. Prove suas afirmações.

a) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = 2x$.

b) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x) = 10 + x$.

c) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $f(x) = 10 + x$.

d) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{se } x \text{ é par} \\ \frac{x-1}{2} & \text{se } x \text{ é ímpar.} \end{cases}$$

e) $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ definida por $f(x) = x^2$.

11. Sejam A e B conjuntos finitos e $f: A \rightarrow B$. Prove que duas quaisquer das afirmações seguintes acarretam a terceira.

a) f é um-a-um.

b) f é sobre.

c) $|A| = |B|$.

12. Dê um exemplo de um conjunto A e uma função $f: A \rightarrow A$ onde f é sobre, mas não um-a-um. Dê um exemplo em que f é um-a-um, mas não sobre. Seus exemplos contradizem o exercício anterior?

13. Suponha que $f: A \rightarrow B$ seja uma bijeção. Prove que $f^{-1}: B \rightarrow A$ também é uma bijeção.