

Exercícios

1.

Relacione os conjuntos utilizando os símbolos $=$ ou \neq .

- a) $A = \{0, -1, -2, -3\}$ e $B = \{x \mid x \text{ é um número positivo}\}$
- b) $A = \{\text{sábado, domingo}\}$ e $B = \{x \mid x \text{ é dia da semana}\}$
- c) $A = \{\text{RS, SC, PR}\}$ e $B = \{x \mid x \text{ é sigla de um estado da região sul do Brasil}\}$
- d) $A = \{O, H\}$ e $B = \{x \mid x \text{ é um elemento que compõe a molécula da água}\}$

2.

Utilizando os símbolos \in ou \notin , relacione os elementos com os conjuntos $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$ e $B = \{-1, -3, -5, -7, \dots\}$.

- a) $3 \in A$
- b) $5 \in B$
- c) $-1 \in A$
- d) $7 \in A$
- e) $-3 \in B$
- f) $-7 \in A$

3.

Utilizando os símbolos \subset ou $\not\subset$, relacione os conjuntos $A = \{0, -1, -3, -5\}$, $B = \{-3, -5\}$ e $C = \{0, -1\}$.

- a) $A \in B$
- b) $B \in A$
- c) $A \in C$
- d) $C \in A$

Utilizando os símbolos \subset ou $\not\subset$, relacione os conjuntos $A = \{x \mid x \text{ é um estado físico da matéria}\}$, $B = \{\text{sólido, líquido}\}$ e $C = \{\text{líquido, gasoso}\}$.

- a) $A \in B$
- b) $B \in A$
- c) $A \in C$
- d) $C \in A$

4.

Dados os conjuntos $A = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{a, e, i\}$ e $C = \{o, u\}$, determine os conjuntos abaixo:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cup C$
- c) $B \cup C$
- d) $A \cap B$
- e) $A \cap C$
- f) $B \cap C$

5.

Obs.: $C_X Y = X - Y$

Dados os conjuntos $A = \{0, -1, -2, -3, -4\}$, $B = \{0, -1\}$ e $C = \{-2, -3, -4\}$, escreva os conjuntos:

- a) $C_A B$
- b) $C_A C$
- c) $C_B A$
- d) $C_C A$

6.

Dados os conjuntos $A = \{\text{membrana celular, citoplasma, núcleo}\}$, $B = \{\text{membrana celular, citoplasma}\}$ e $C = \{\text{núcleo}\}$, escreva os conjuntos:

- a) $C_A B$
- b) $C_A C$
- c) $C_B A$
- d) $C_C A$

7.

(UFAL) Se A e B são dois conjuntos não-vazios tais que:

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A - B = \{1, 3, 6, 7\}$ e $B - A = \{4, 8\}$

Então, $A \cap B$ é o conjunto:

- a) \emptyset
- b) $\{1, 4\}$
- c) $\{2, 5\}$
- d) $\{6, 7, 8\}$
- e) $\{1, 3, 4, 6, 7, 8\}$

8.

(UCSal-BA) Três conjuntos não-vazios A , B e C são tais que $A = \{0, 1\}$, $B \cup C = \{0, 2, 3\}$, $A \cup B = \{0, 1, 2\}$ e $B \cap C = \{0\}$. Nessas condições, é verdade que B é o conjunto:

- a) $\{0, 1\}$
- b) $\{0, 2\}$
- c) $\{0, 3\}$
- d) $\{1, 2\}$
- e) $\{1, 3\}$

9. Dados os conjuntos: $A = \{2, 4\}$, $B = \{3, 5\}$, $C = \{5, 6, 7\}$, $D = \{1, 2, 3\}$ e $E = \{13\}$, determine:

- a) $A \times B =$
- b) $B \times C =$
- c) $C \times D =$
- d) $A \times D =$
- e) $E \times D =$
- f) $B^2 =$
- g) $E^2 =$

10. Sejam $A = \{1, 4, 9\}$ e $B = \{-2, 2, 3\}$. Represente por extensão e em diagrama de flechas as relações:

- a) $R_1 = \{(x, y) \in A \times B : x + y \leq 6\}$
- b) $R_2 = \{(x, y) \in A \times B : y^2 = x\}$
- c) $R_3 = \{(x, y) \in A \times B : x - y > 3\}$
- d) $R_4 = \{(x, y) \in B \times A : x = y\}$
- e) $R_5 = \{(x, y) \in B \times A : x < 3\}$
- f) $R_6 = \{(x, y) \in B \times A : y + x = 4\}$
- g) $R_7 = \{(x, y) \in B^2 : x < 0 \text{ e } y < 0\}$
- h) $R_8 = \{(x, y) \in A^2 : x + y > 4\}$

11. Dê um exemplo de uma relação não-vazia que seja:

- (a) reflexiva, simétrica e não transitiva;
- (b) reflexiva, transitiva e não simétrica;
- (c) simétrica, transitiva e não reflexiva.

12. Sejam R e S duas relações binárias sobre um conjunto A .

Define-se a composição de R com S , notação $R \circ S$, da seguinte maneira:

$$R \circ S = \{ (a, c) \in A \times A : \text{Existe } b \in A \text{ tal que } (a, b) \in S \text{ e } (b, c) \in R \}.$$

13. Seja $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ e $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,1), (3,4), (3,5), (4,2), (4,5), (5,1), (5,2), (5,4)\}$. Encontre: R^2 (ou seja $R \circ R$), R^3 (ou seja $R^2 \circ R$), R^4 e R^5 .

14. Seja A um conjunto de pessoas. Definem-se em A as relações binárias:

aRb se e somente se b "é pai de" a .

aSb se e somente se b "é irmão de" a .

aTb se e somente se b "é marido de" a .

Qual o grau de parentesco entre a e b se:

- (a) $a(R \circ S)b$
- (b) $a(T \circ R)b$
- (c) $a(T \circ S)b$
- (d) $a(S \circ R)b$
- (e) $a(R \circ T)b$

15. Seja A um conjunto. Mostre que se a relação f é uma função de A em B então a relação $R = \{(a, b) \in A^2 : f(a) = f(b)\}$ satisfaz as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva.

Seja $A = \{1, 3, 8\}$ e as relações abaixo, definidas sobre A . Quais das alternativas indicam a ocorrência da propriedade reflexiva?

a. $R_1 = \{(1, 1), (1, 3), (3, 3), (3, 1), (8, 1)\}$

b. $R_2 = \{(1, 1), (3, 1), (1, 8), (3, 3), (8, 8)\}$

- c. $R_3 = \{(3,1), (3,3), (5,8), (1,1), (8,8)\}$
- d. $R_4 = \{(8,8), (3,3), (1,8), (3,1), (1,1)\}$
- e. $R_5 = \{(8,8), (3,3)\}$

16. Dadas as relações definidas sobre $C = \{1,3,5\}$, qual delas alternativas mostra uma relação simétrica?

- a. $R_1 = \{(1,3), (5,3), (5,5), (3,5)\}$
- b. $R_2 = \{(1,3), (3,1), (5,5), (1,5)\}$
- c. $R_3 = \{(3,1), (3,3), (5,5), (5,1)\}$
- d. $R_4 = \{(1,1), (3,3), (5,5)\}$

17. A relação $R = \{(1,3), (3,3), (2,4), (3,1), (2,3), (3,2)\}$ def. sobre $A = \{1,2,3,4,5\}$ é simétrica?

18. Sejam as relações definidas nos conjuntos indicados. Qual delas é uma relação transitiva?

- a. $R_a = \{(2,6), (6,8), (8,2)\}$, conjunto $A = \{2,6,8\}$.
- b. $R_b = \{(1,3), (3,4), (1,2)\}$, conjunto $B = \{1,2,3,4\}$.
- c. $R_c = \{(1,3), (3,5), (1,5)\}$, conjunto $C = \{1,3,5\}$.
- d. $R_d = \{(1,2), (2,3), (3,2)\}$, conjunto $D = \{1,2,3\}$.

19. Dado o conjunto $A = \{1,3,8\}$ e as relações sobre A listadas abaixo, indique qual alternativa mostra uma relação anti-simétrica. Justifique porque as outras relações não são anti-simétricas.

- a. $R_1 = \{(1,3), (3,1), (8,1)\}$
- b. $R_2 = \{(1,8), (8,8), (1,3), (8,1)\}$
- c. $R_3 = \{(3,3), (1,8), (8,8), (8,1)\}$
- d. $R_4 = \{(8,8), (1,3), (8,1), (1,1)\}$

20. Seja $A = \{2,4\}$ e $B = \{6,8,10\}$ e defina as relações binárias R e S como:

xRy se, e somente se, $x|y$ (x divide y)

xSy se, e somente se, $y - 4 = x$

Liste os pares ordenados que estão em $A \times B$, R, S, $R \cup S$, $R \cap S$.

21. Verifique se a relação R sobre o conjunto de todas as páginas Web satisfaz as propriedades é reflexiva, simétrica, anti-simétrica e transitiva, sabendo-se que $(x,y) \in R$, se e somente se:

- (a) Todas as pessoas que visitam a página Web x também visitam a página Web y.
- (b) Não existem links comuns na página Web x e na página Web y.
- (c) Existe pelo menos um link em comum na página Web x e na página Web y.

22. Sejam os conjuntos $A = \{1; 2; 3\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$ e $C = \{0,1,2\}$.

Qual é a composição das relações R e S onde $R \subseteq A \times B$, com $R = \{(1,1), (1,4), (2,3), (3,1), (3,4)\}$ e $S \subseteq B \times C$ com $S = \{(1,0), (2,0), (3,1), (3,2), (4,1)\}$?