

# Curvas de Nível

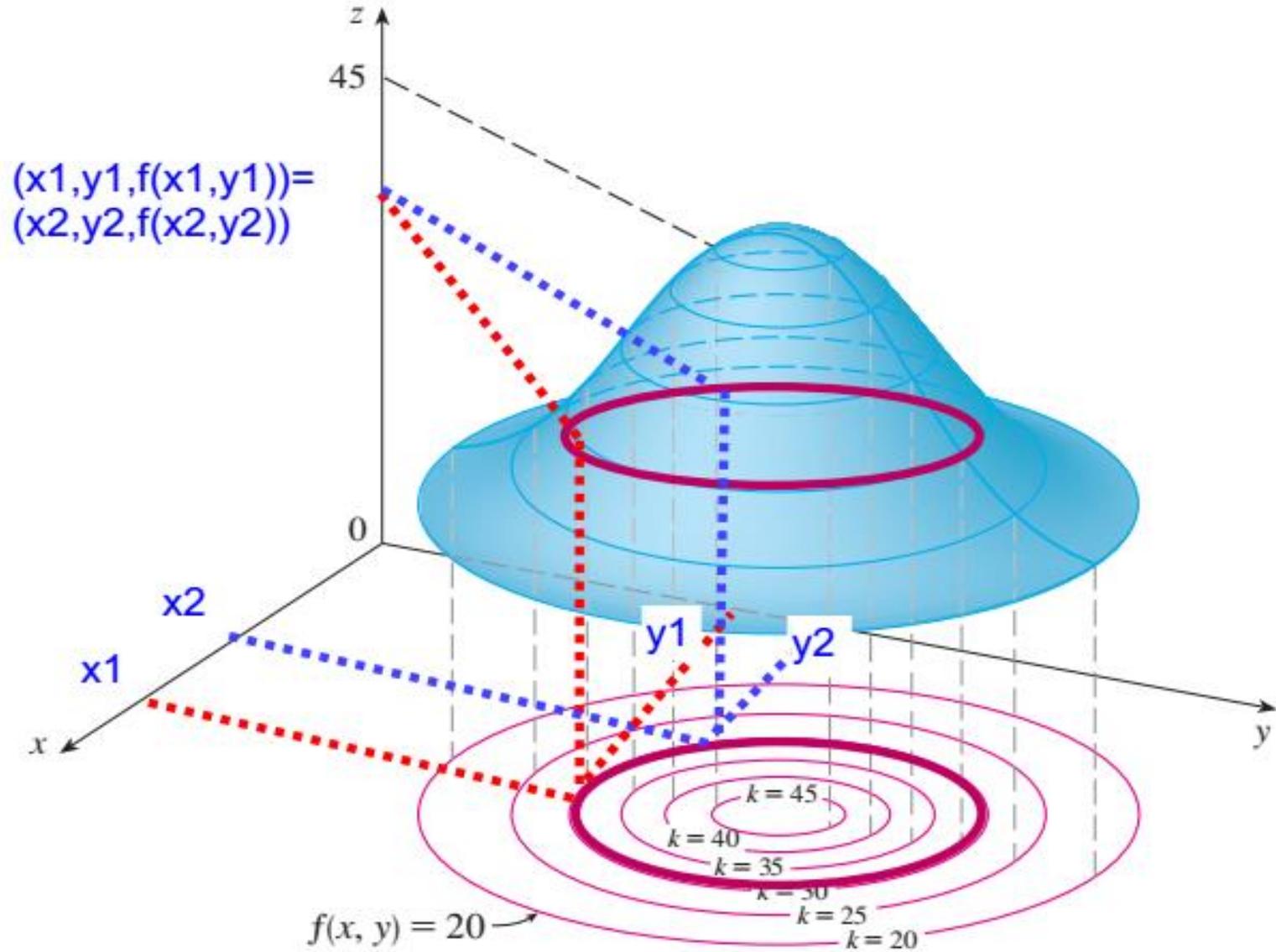
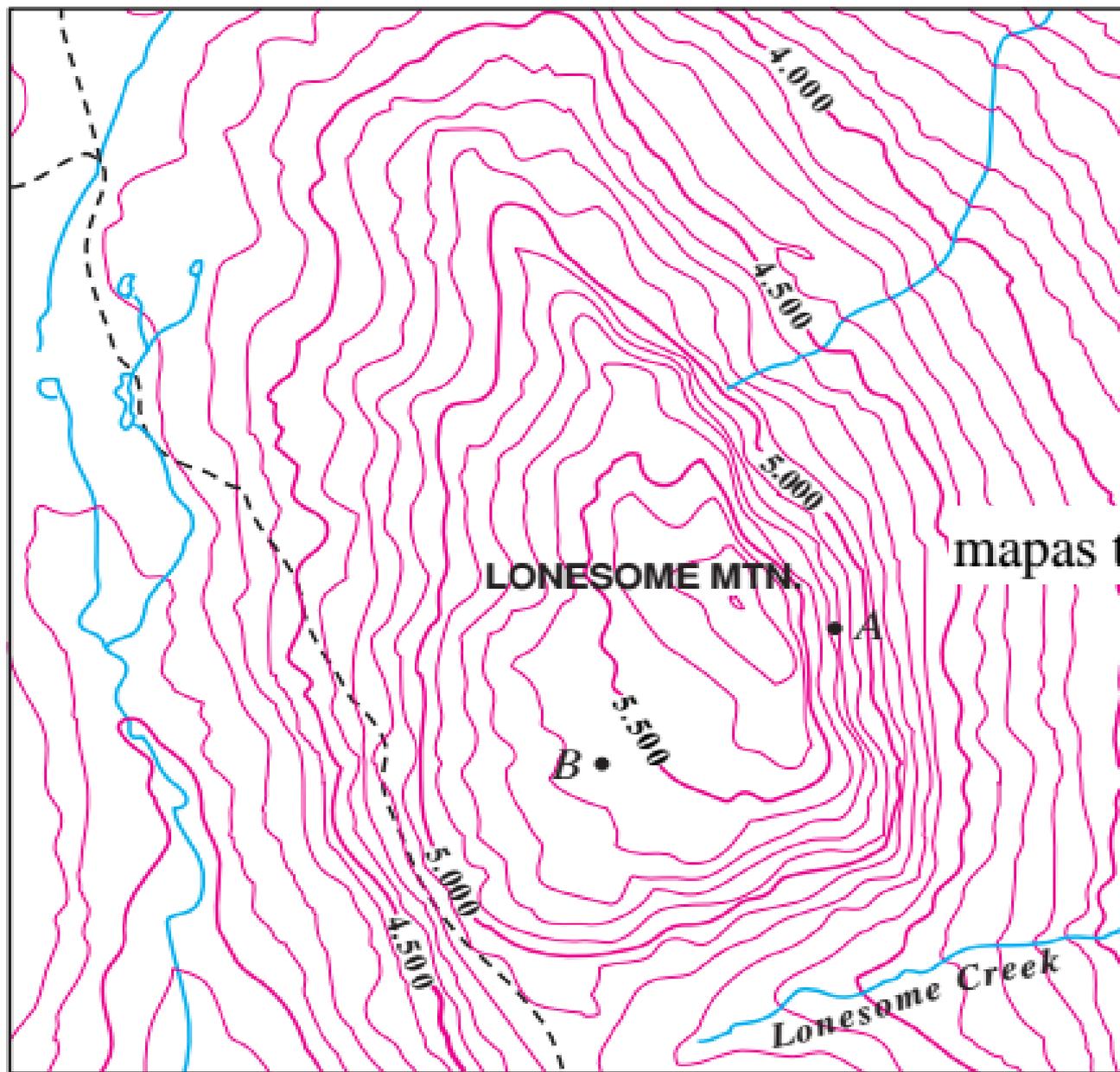


FIGURA 11



mapas topográficos

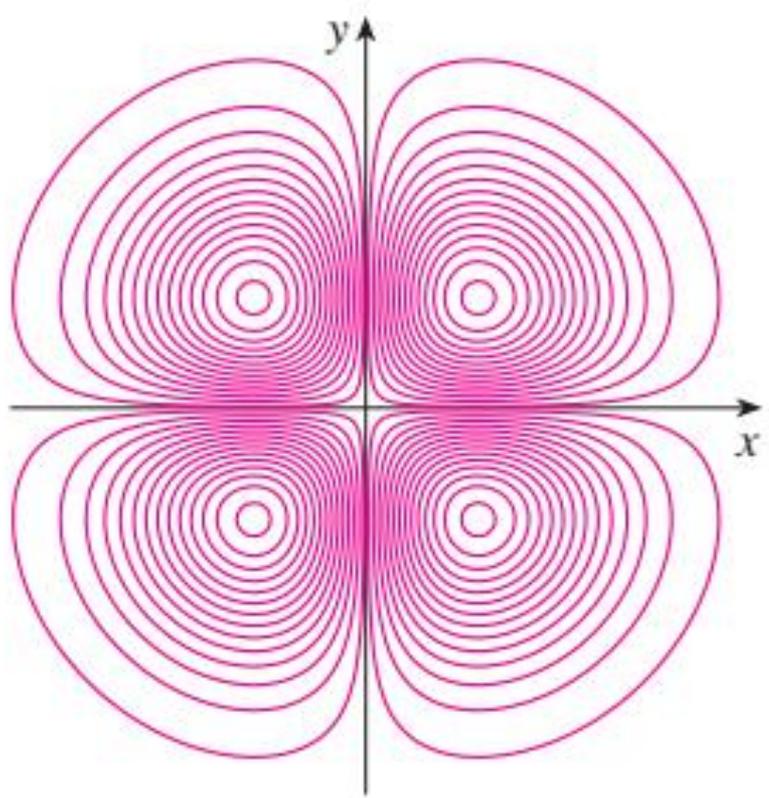
**FIGURA 12**

*curvas de contorno ou curvas de nível.*

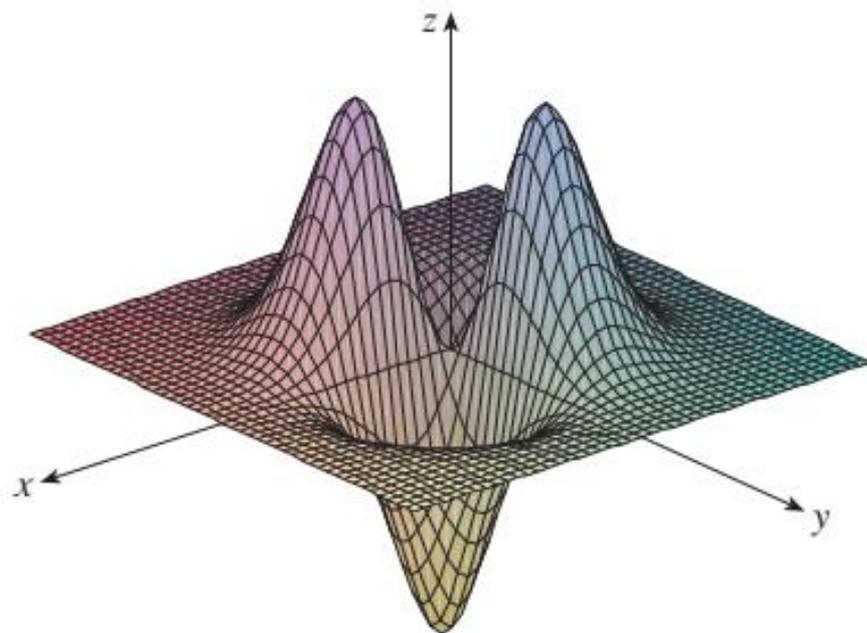
**Definição** As **curvas de nível** de uma função  $f$  de duas variáveis são aquelas com equação  $f(x, y) = k$ , onde  $k$  é uma constante (na imagem de  $f$ ).

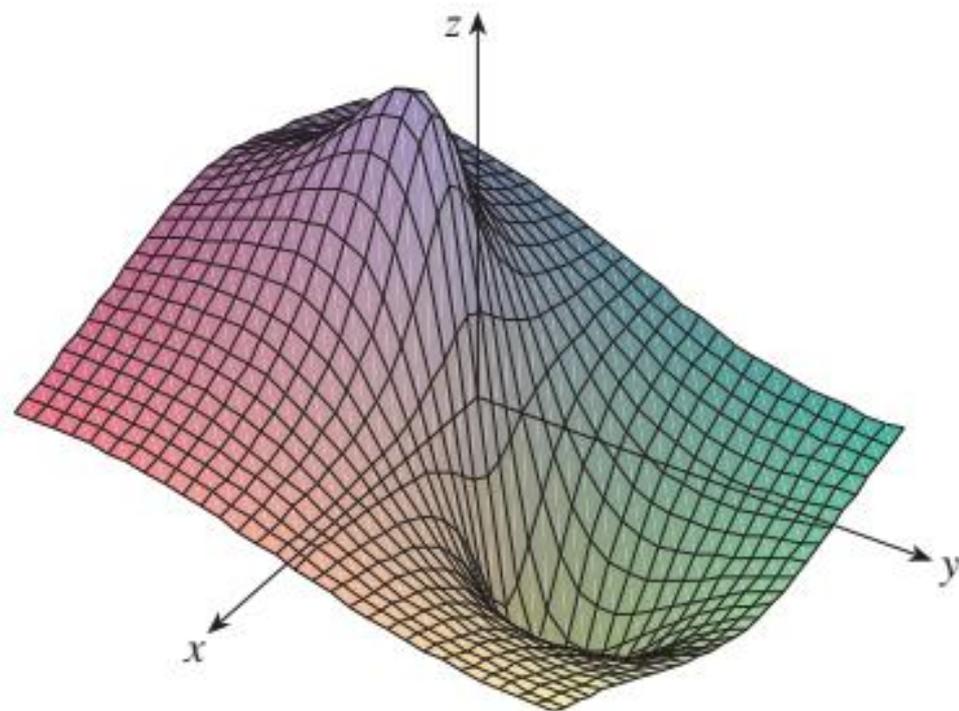
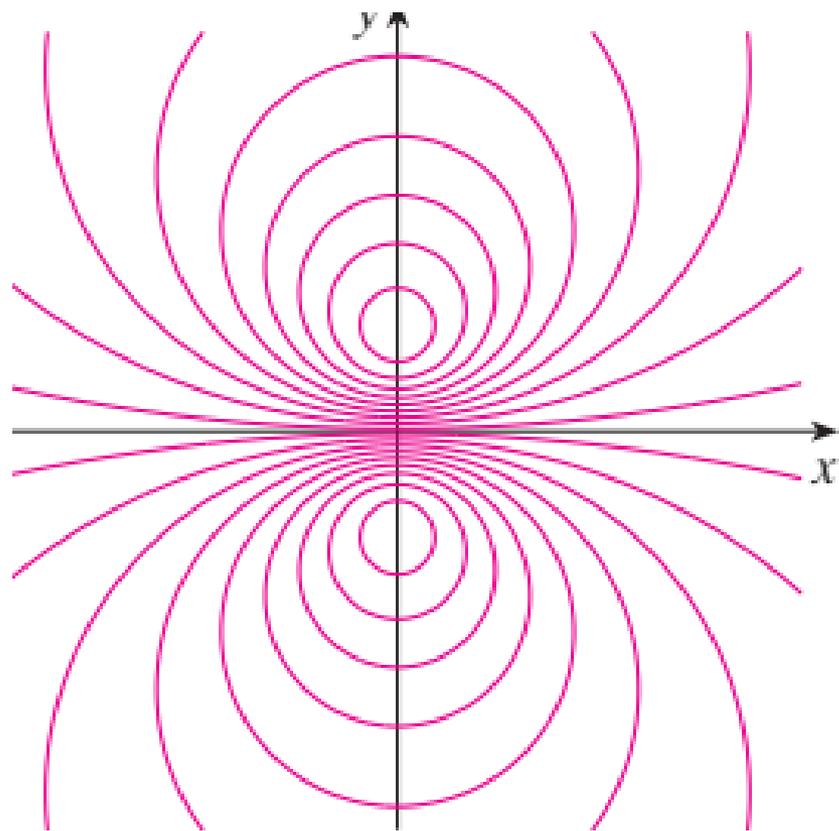
Observação:

**curvas isotérmicas** e ligam localidades que têm a mesma temperatura.



(a) Curvas de nível de  $f(x, y) = -xye^{-x^2-y^2}$

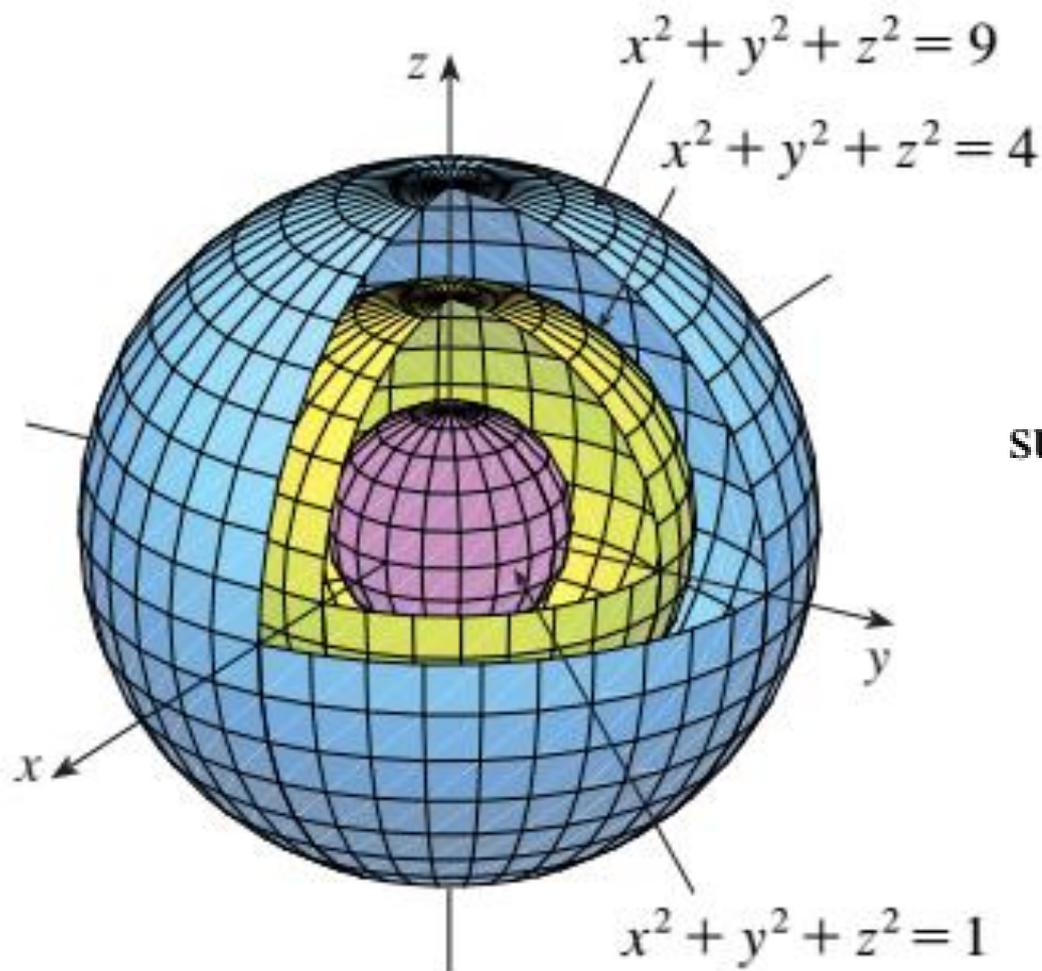




Curvas de nível de  $f(x, y) = \frac{-3y}{x^2 + y^2 + 1}$

## Funções de Três ou Mais Variáveis

superfícies de nível, que são aquelas com equações  $f(x, y, z) = k$  onde  $k$  é uma constante.



superfícies de nível da função.

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

Faça uma correspondente entre a função e seu gráfico (identificado por I–VI). Justifique sua escolha.

(a)  $f(x, y) = |x| + |y|$

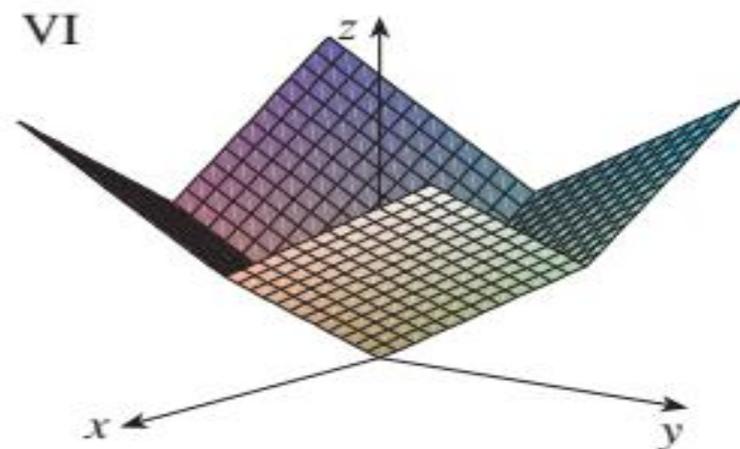
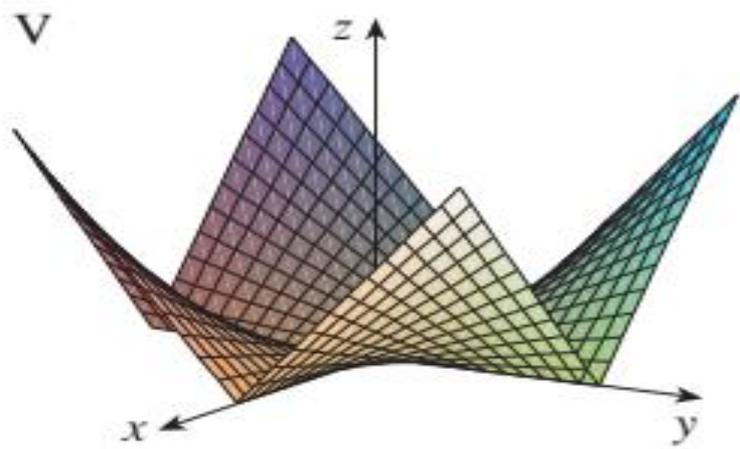
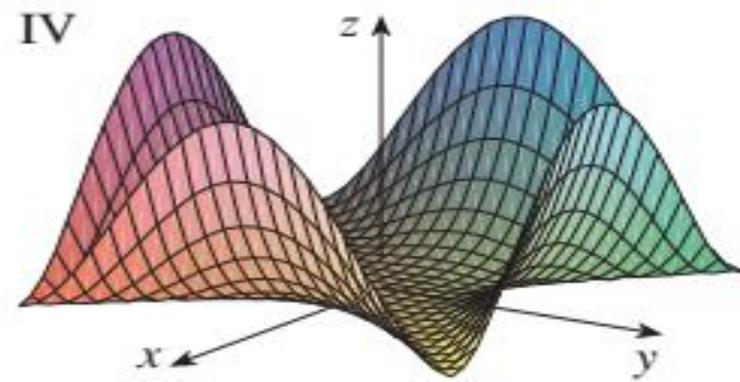
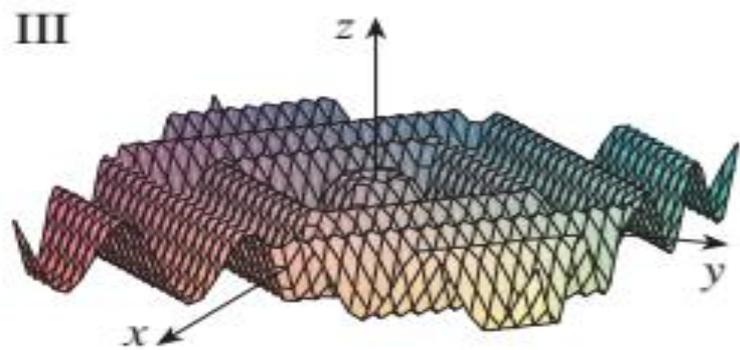
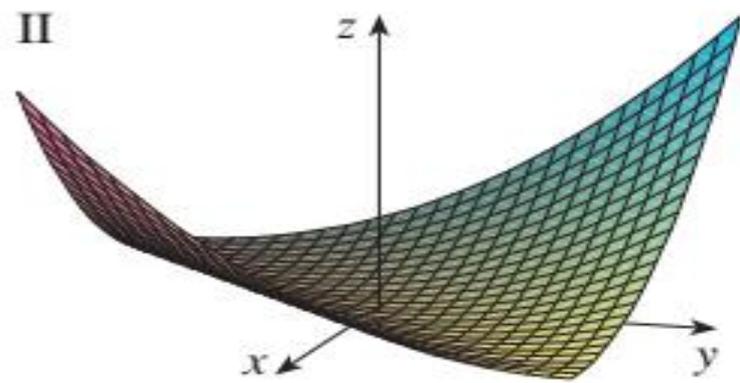
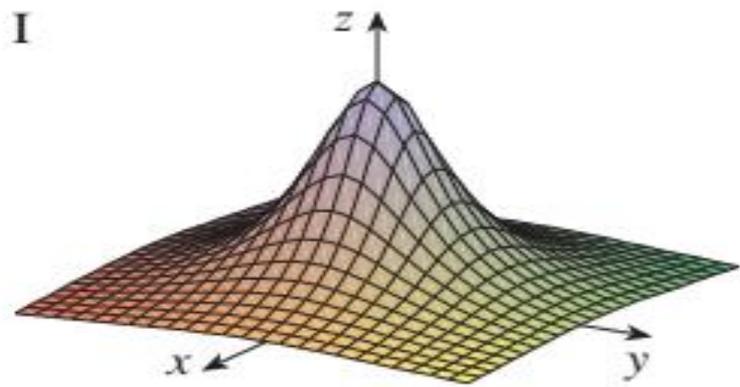
(b)  $f(x, y) = |xy|$

(c)  $f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}$

(d)  $f(x, y) = (x^2 - y^2)^2$

(e)  $f(x, y) = (x - y)^2$

(f)  $f(x, y) = \text{sen}(|x| + |y|)$



Se  $V(x, y)$  é o potencial elétrico em um ponto  $(x, y)$  no plano  $xy$ , então as curvas de nível de  $V$  são chamadas *curvas equipotenciais*, porque em todos os pontos dessa curva o potencial elétrico é o mesmo. Esboce algumas curvas equipotenciais de  $V(x, y) = c/\sqrt{r^2 - x^2 - y^2}$ , onde  $c$  é uma constante positiva.

**43–50** Faça o mapa de contorno da função mostrando várias curvas de nível.

**43.**  $f(x, y) = (y - 2x)^2$

**44.**  $f(x, y) = x^3 - y$

**45.**  $f(x, y) = \sqrt{x} + y$

**46.**  $f(x, y) = \ln(x^2 + 4y^2)$

**47.**  $f(x, y) = ye^x$

**48.**  $f(x, y) = y \sec x$

**49.**  $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x^2}$

**50.**  $f(x, y) = y/(x^2 + y^2)$