Tabelas verdade

Um dos primeiros métodos propostos na literatura para a verificação de validade de fórmulas é **o método da tabela da verdade.**

A tabela da verdade é um método exaustivo de **geração de valorações** para uma dada fórmula A.

Construção da tabela da verdade

•A tabela possui uma coluna para cada subfórmula de A. Em geral, **os átomos de A ficam situados nas colunas mais à esquerda**, e **A é a fórmula mais à direita**.

•Para cada valoração possível para os átomos de A, insere-se uma linha com os valores da valoração dos átomos.

•Em seguida, a valoração dos átomos é propagada para as subfórmulas, obedecendo-se a definição de valoração. Dessa forma, começa-se valorando as fórmulas menores até as maiores.

•Ao final desse processo, **todas as possíveis valorações de A são criadas**.

Tabela verdade para a fórmula $(P \vee Q) \wedge (\sim P \vee \sim Q)$

P	**Q**	**~P**	**~Q**	**P∨Q**	**~P∨~Q**	**(P∨Q)∧(~P∨~Q)**
V	**V**	**F**	**F**	**V**	**F**	**F**
V	F	F	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	F	V	F

Do ponto de vista computacional, é importante notar que, se uma fórmula contém **n átomos**, o número de valorações possíveis para esses átomos é $\boldsymbol{2n}$ e, portanto, o número de linhas da tabela da verdade será $\boldsymbol{2n}$.

negação

p	~p
V	F
F	V

conjunção

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

disjunção

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

implicação

p	q	p → q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

bicondicional

p	q	p ↔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Ou exclusivo

p	q	p ⊗ q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Contradição, tautologias, contingência e Tabelas Verdade

Uma fórmula A é dita ***CONTRADIÇÃO*** se em todas as linhas da tabela verdade desta fórmula o valor **F** .

Uma fórmula A é dita **VÁLIDA ou TAUTOLOGIA** se em todas as linhas da tabela verdade desta fómula o valor é **V** .

Uma fórmula A é dita **CONTINGÊNCIA** se existe pelo menos uma linha na tabela verdade em que o valor para a fórmula **V** e uma linha na tabela verdade em que o valor para a fórmula é **F** .

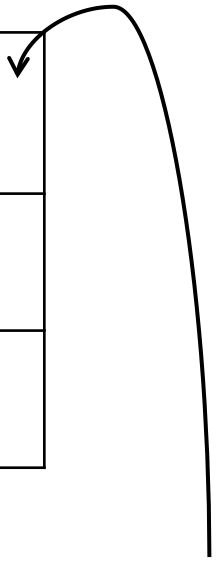
Se uma fórmula A é TAUTOLOGIA então ~A é CONTRADIÇÃO.

Se uma fórmula A é CONTRADIÇÃO então ~A é TAUTOLOGIA.

Por serem sempre verdadeiras – logicamente verdadeiras – as tautologias são aquelas fórmulas a que se costuma dar o nome de LEIS LÓGICAS

A fórmula $p \vee \neg p$ é uma tautologia.

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
V	F	V
F	V	V



Princípio do Terceiro Excluído

Toda proposição ou é verdadeira ou falsa

A fórmula $\sim (p \wedge \sim p)$ é uma TAUTOLOGIA.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$\sim(p \wedge \sim p)$
V	F	F	V
F	V	F	V

Princípio da Não Contradição

Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Equivalência de Fórmulas e as Tabelas Verdade

Uma fórmula P é equivalente a uma fórmula Q se, e somente se, $P \leftrightarrow Q$ é uma tautologia.

Notação: $P \Leftrightarrow Q$ ou $P \equiv Q$.

Comutativa	$(p \wedge q) \leftrightarrow (q \wedge p)$	$(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee p)$
Associativa	$((p \wedge q) \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$	$((p \vee q) \vee r) \leftrightarrow (p \vee (q \vee r))$
Idempotente	$(p \wedge p) \leftrightarrow p$	$(p \vee p) \leftrightarrow p$
Propriedades de V	$(p \wedge V) \leftrightarrow p$	$(p \vee V) \leftrightarrow V$
Propriedades de F	$(p \wedge F) \leftrightarrow F$	$(p \vee F) \leftrightarrow p$
Absorção	$(p \wedge (p \vee r)) \leftrightarrow p$	$(p \vee (p \wedge r)) \leftrightarrow p$
Distributivas	$(p \wedge (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (p \wedge r))$	$(p \vee (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee r))$
Distributivas	$(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$	$(p \rightarrow (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r))$
Leis de De Morgan	$\sim (p \wedge q) \leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$	$\sim (p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$
Def. implicação	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim p \vee q)$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim (p \wedge \sim q)$
Def. bicondicional	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$	$(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow ((\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p))$
Negação	$\sim (\sim p) \leftrightarrow p$	
Contraposição	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$	
Exportação ($\Rightarrow$)	*Importação* ($\Leftarrow$)	$((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$
Troca de Premissas	$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$	

Modus ponens	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
Modus tollens	$((\sim p \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow \sim q$
Silogismo disjuntivo	$((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow q$
Silogismo hipotético	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
Lei de Peirce	$((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$
Lei de Duns Scot	$\sim p \rightarrow (p \rightarrow q)$
Prefixação	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
Antilogismo	$((q \wedge r) \rightarrow p) \leftrightarrow ((q \wedge \sim p) \rightarrow \sim r)$

Conectivos Lógicos e Programação

Os conectivos lógicos E, OU e NÃO (ou, mais comumente seus equivalentes em inglês AND, OR e NOT) são oferecidos pela maioria das linguagens de programação. Esses conectivos, de acordo com as tabelas-verdade que definimos, agem sobre combinações de expressões verdadeiras e falsas a fim de produzir um valor-verdade final. Desses valores provém a capacidade de tomada de decisão fundamental ao controle do fluxo de programas de computadores. Desta forma, em um desvio condicional de um programa, se o valor-verdade de uma determinada expressão for verdadeiro, o programa irá executar um trecho de seu código; se o valor for falso, o programa executa, em seguida, outro trecho de seu código. Se a expressão condicional for substituída por uma expressão mais simples equivalente, o valor-verdade da expressão e, portanto, o controle do fluxo do programa não serão afetados, mas o novo código torna-se mais simples de ser entendido e poderá ser executado mais rapidamente.

Vejamos o seguinte comando na linguagem de programação Pascal:

```
if (fluxoext > fluxoint)
        and not ((fluxoext > fluxoint) and (pressão < 1000)) then
                UmProcedimento(lista de parâmetros)
else
                OutroProcedimento(lista de parâmetros);
```

A expressão condicional aqui tem a seguinte forma

$$A \ \hat{}(A \ \hat{} \ B)'$$

onde *A é fluxoext > fluxoint* e *B é pressão* < 1000. Esta expressão pode ser simplificada substituindo-se algumas subexpressões por suas expressões equivalentes.

$$
\begin{aligned}
A \wedge (A \wedge B)' &\Leftrightarrow A \wedge (A' \vee B') && \text{(lei de De Morgan)}\\
&\Leftrightarrow (A \wedge A') \vee (A \wedge B') && \text{(propriedade distributiva)}\\
&\Leftrightarrow 0 \vee (A \wedge B') && \text{(propriedade complementativa)}\\
&\Leftrightarrow (A \wedge B') \vee 0 && \text{(propriedade comutativa)}\\
&\Leftrightarrow A \wedge B' && \text{(propriedade de identidade)}
\end{aligned}
$$

O comando pode então ser reescrito como

if (*fluxoext* > *fluxoint*) **and not** (*pressão* < 1000) **then**
UmProcedimento(*lista* de parâmetros)
else
OutroProcedimento(*lista* de parâmetros);