

LISTA DE EXERCÍCIOS-INTEGRAÇÃO POR PARTES

7.1 Exercícios

1–2 Calcule a integral usando a integração por partes com as escolhas de u e dv indicadas.

1. $\int x^2 \ln x \, dx$; $u = \ln x$, $dv = x^2 \, dx$

2. $\int \theta \cos \theta \, d\theta$; $u = \theta$, $dv = \cos \theta \, d\theta$

3–36 Calcule a integral.

3. $\int x \cos 5x \, dx$

4. $\int x e^{-x} \, dx$

5. $\int r e^{r/2} \, dr$

6. $\int t \sin 2t \, dt$

7. $\int (x^2 + 2x) \cos x \, dx$

8. $\int t^2 \sin \beta t \, dt$

9. $\int \ln \sqrt[3]{x} \, dx$

10. $\int \sin^{-1} x \, dx$

11. $\int \operatorname{arctg} 4t \, dt$

12. $\int p^5 \ln p \, dp$

13. $\int t \sec^2 2t \, dt$

14. $\int s 2^s \, ds$

15. $\int (\ln x)^2 \, dx$

16. $\int t \sinh mt \, dt$

17. $\int e^{2\theta} \sin 3\theta \, d\theta$

18. $\int e^{-\theta} \cos 2\theta \, d\theta$

19. $\int z^3 e^z \, dz$

20. $\int x \operatorname{tg}^2 x \, dx$

21. $\int \frac{x e^{2x}}{(1+2x)^2} \, dx$

22. $\int (\operatorname{arcsen} x)^2 \, dx$

23. $\int_0^{1/2} x \cos \pi x \, dx$

24. $\int_0^1 (x^2 + 1) e^{-x} \, dx$

25. $\int_0^1 t \cosh t \, dt$

26. $\int_4^9 \frac{\ln y}{\sqrt{y}} \, dy$

27. $\int_1^3 r^3 \ln r \, dr$

28. $\int_0^{2\pi} t^2 \sin 2t \, dt$

29. $\int_0^1 \frac{y}{e^{2y}} \, dy$

30. $\int_1^{\sqrt{5}} \operatorname{arctg}(1/x) \, dx$

31. $\int_0^{1/2} \cos^{-1} x \, dx$

32. $\int_1^2 \frac{(\ln x)^2}{x^3} \, dx$

33. $\int \cos x \ln(\sin x) \, dx$

34. $\int_0^1 \frac{r^3}{\sqrt{4+r^2}} \, dr$

35. $\int_1^2 x^4 (\ln x)^2 \, dx$

36. $\int_0^t e^s \sin(t-s) \, ds$

37–42 Primeiro faça uma substituição e então use integração por partes para calcular a integral.

37. $\int \cos \sqrt{x} \, dx$

38. $\int t^3 e^{-t^2} \, dt$

39. $\int_{\sqrt{\pi/2}}^{\sqrt{\pi}} \theta^3 \cos(\theta^2) \, d\theta$

40. $\int_0^{\pi} e^{\cos t} \sin 2t \, dt$

41. $\int x \ln(1+x) \, dx$

42. $\int \sin(\ln x) \, dx$

66. Um foguete acelera pela queima do combustível a bordo; assim, sua massa diminui com o tempo. Suponha que a massa inicial do foguete no lançamento (incluindo seu combustível) seja m , o combustível seja consumido a uma taxa r , e os gases de exaustão sejam ejetados a uma velocidade constante v_e (relativa ao foguete). Um modelo para a velocidade do foguete no instante t é dado pela seguinte equação

$$v(t) = -gt - v_e \ln \frac{m-rt}{m},$$

onde g é a aceleração da gravidade e t não é muito grande. Se $g = 9,8 \text{ m/s}^2$, $m = 30.000 \text{ kg}$, $r = 160 \text{ kg/s}$ e $v_e = 3.000 \text{ m/s}$, encontre a altitude do foguete 1 minuto após o lançamento.

47. (a) Use a fórmula de redução no Exemplo 6 para mostrar que

$$\int \sin^2 x \, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$$

(b) Use a parte (a) e a fórmula de redução para calcular $\int \sin^4 x \, dx$.

67. Uma partícula que se move ao longo de uma reta tem velocidade igual a $v(t) = t^2 e^{-t}$ metros por segundo após t segundos. Qual a distância que essa partícula percorrerá durante os primeiros t segundos?

68. Se $f(0) = g(0) = 0$ e f'' e g'' forem contínuas, mostre que

$$\int_0^a f(x)g''(x) \, dx = f(a)g'(a) - f'(a)g(a) + \int_0^a f''(x)g(x) \, dx.$$

69. Suponha que $f(1) = 2$, $f(4) = 7$, $f'(1) = 5$, $f'(4) = 3$ e f'' seja contínua. Encontre o valor de $\int_1^4 x f''(x) \, dx$.