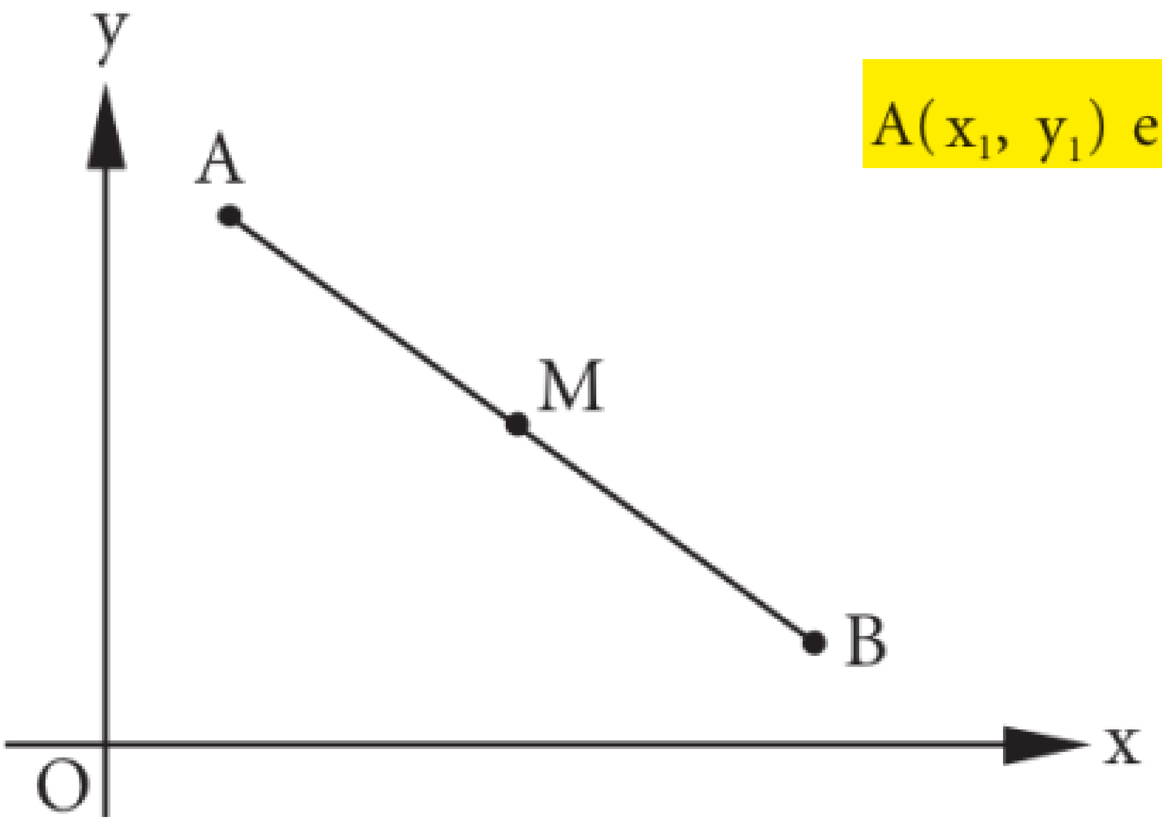
Ponto médio



$A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ $M(x, y)$

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

Paralelismo de dois vetores

dois vetores $\vec{u} = (x_1, y_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2)$ são paralelos

$$\vec{u} = \alpha \vec{v},$$

$$(x_1, y_1) = \alpha(x_2, y_2)$$

$$(x_1, y_1) = (\alpha x_2, \alpha y_2) \longrightarrow x_1 = \alpha x_2 \quad e \quad y_1 = \alpha y_2$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} \; (= \alpha)$$

componentes forem proporcionais.

Módulo de um vetor

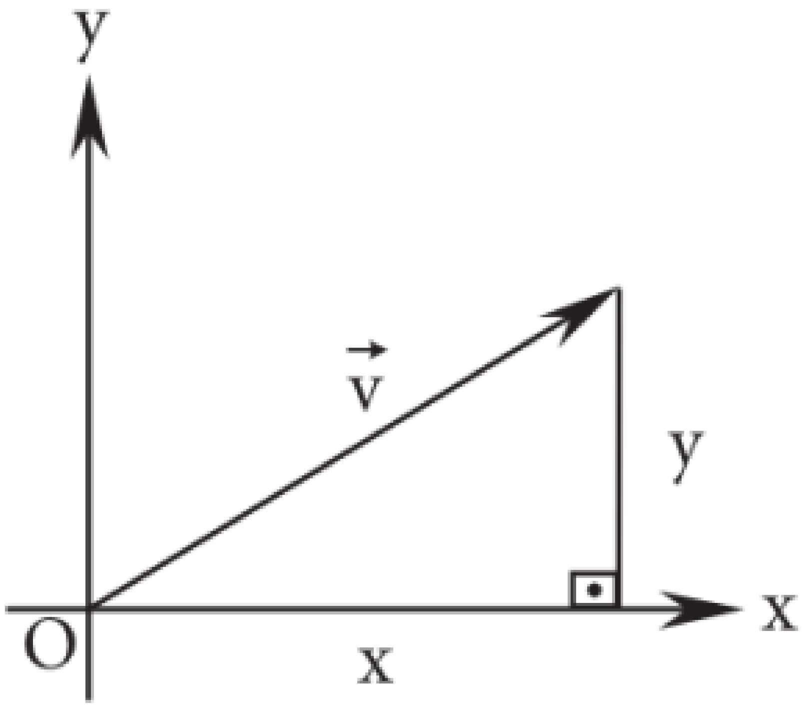
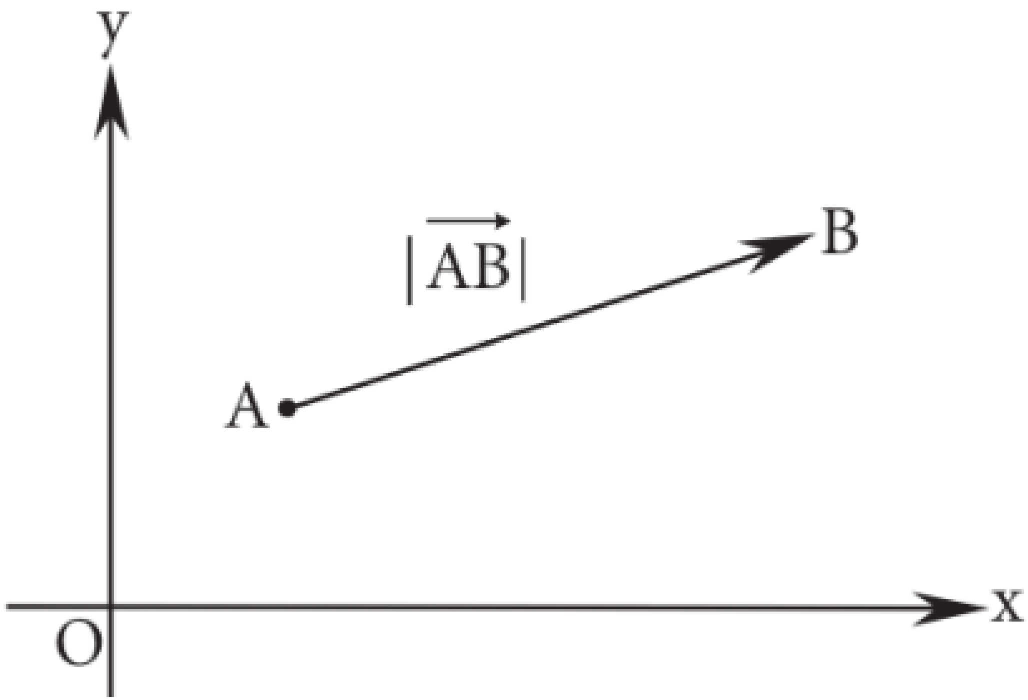


Figura 1.51

$$\vec{v} = (x, y)$$

Pelo teorema de Pitágoras

$$|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



A distância entre dois pontos $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$ (Figura 1.52) é o comprimento (módulo) do vetor $\overrightarrow{AB}$, isto é,

$$d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

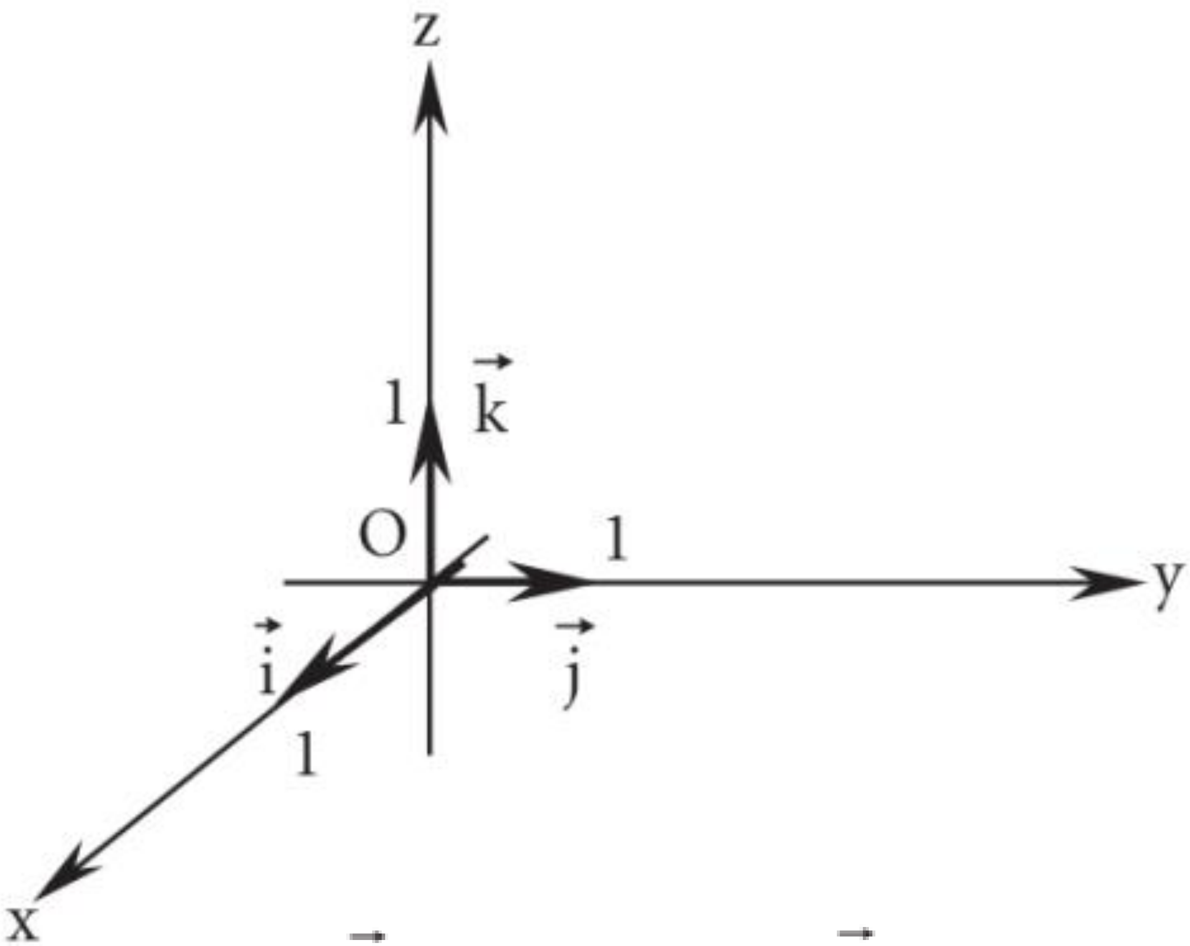
Exemplo versor de $\vec{v} = (3, -4)$ é

$$\vec{u} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{(3,-4)}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{(3,-4)}{\sqrt{25}} = \frac{(3,-4)}{5} = (\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})$$

$$\left|(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5})\right| = \sqrt{(\frac{3}{5})^2 + (-\frac{4}{5})^2} = \sqrt{\frac{9}{25} + \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{25}{25}} = 1$$

versor $\vec{u}$ é também versor de todos os vetores múltiplos de $\vec{v}$ que tiverem o mesmo sentido que ele.

Vetores no espaço

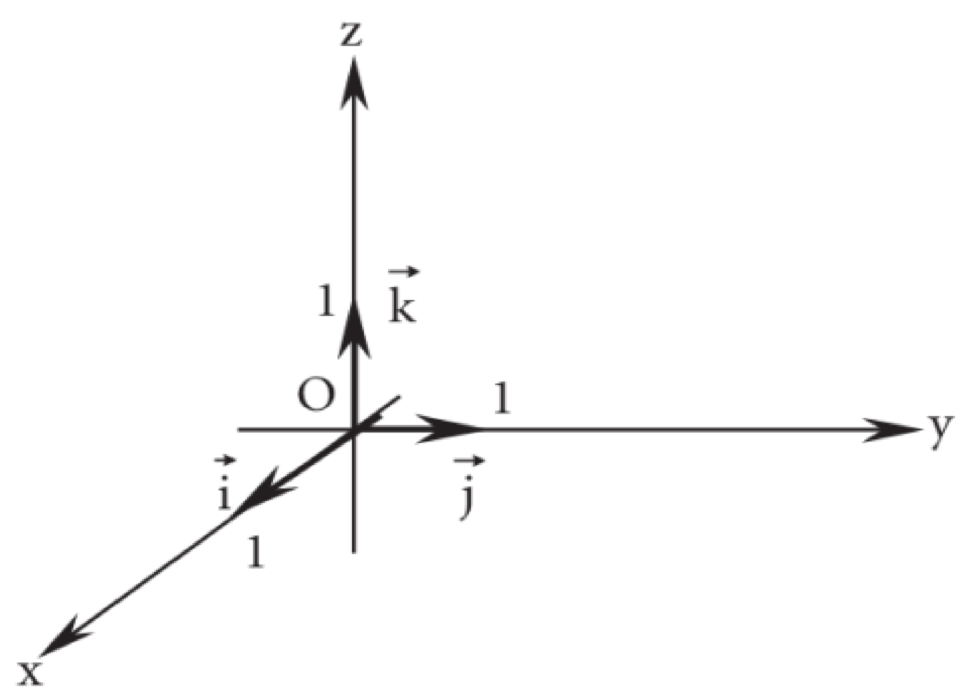


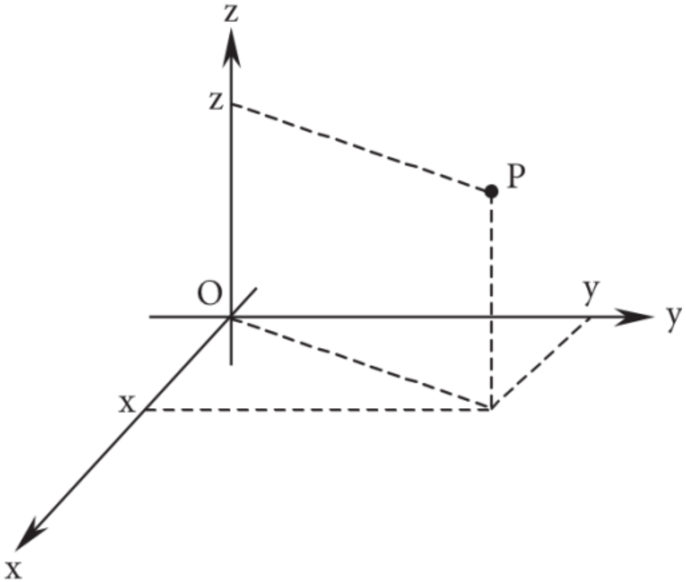
$$\vec{i} = (1, 0, 0),\ \vec{j} = (0, 1, 0) \text{ e } \vec{k} = (0, 0, 1)$$

sistema cartesiano ortogonal Oxyz

eixos cartesianos: o eixo Ox ou eixo dos x (das abscissas) corresponde ao vetor $\vec{i}$, o eixo Oy ou eixo dos y (das ordenadas) corresponde ao vetor $\vec{j}$ e o eixo Oz ou eixo dos z (das cotas) corresponde ao vetor $\vec{k}$.

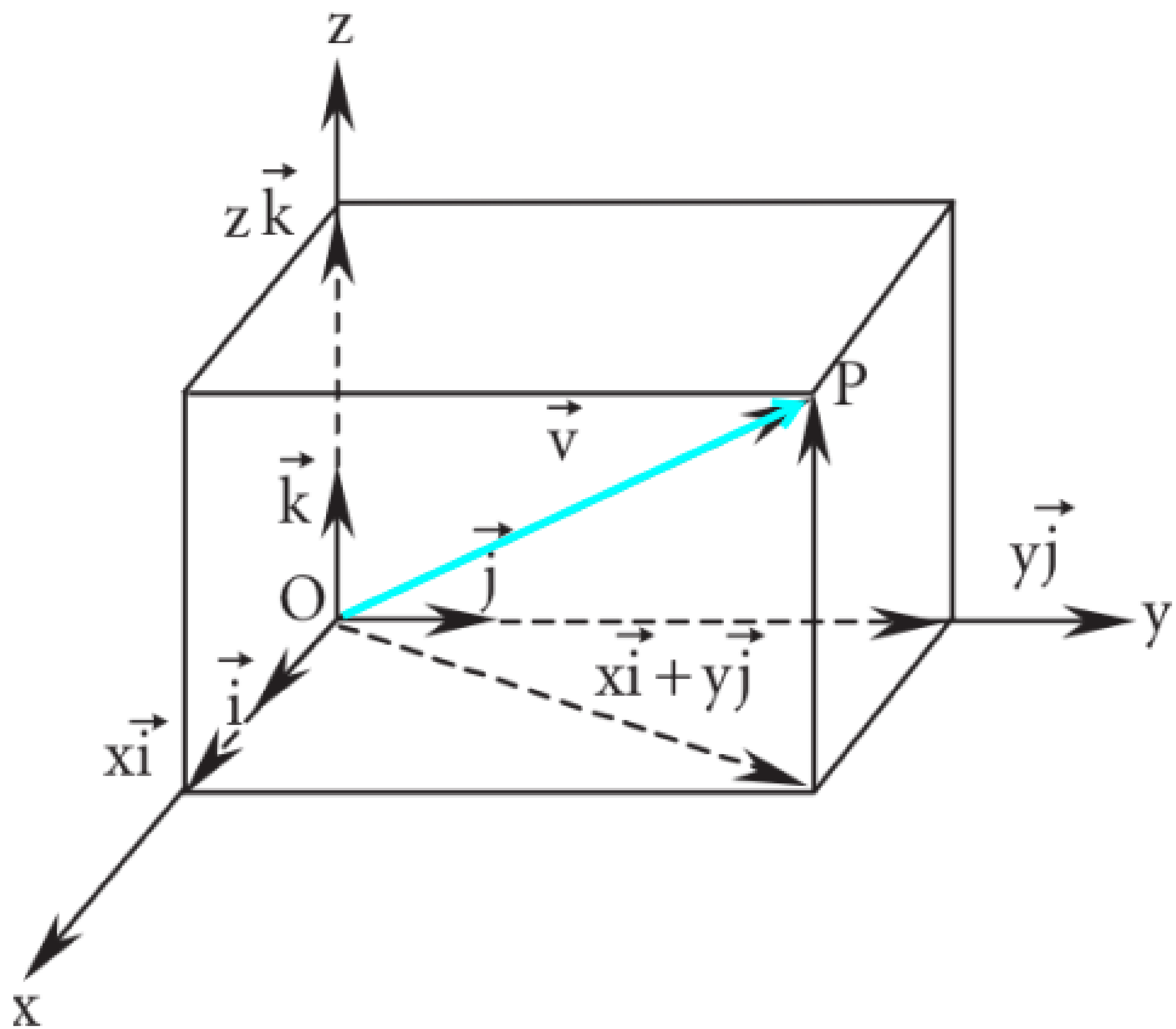
As setas, nessa figura, indicam o sentido positivo de cada eixo, chamado também de *eixo coordenado*.





$$\text{vetor } \vec{v} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{v} = (x, y, z)$$



eixo dos x quando $y = 0$ e $z = 0$

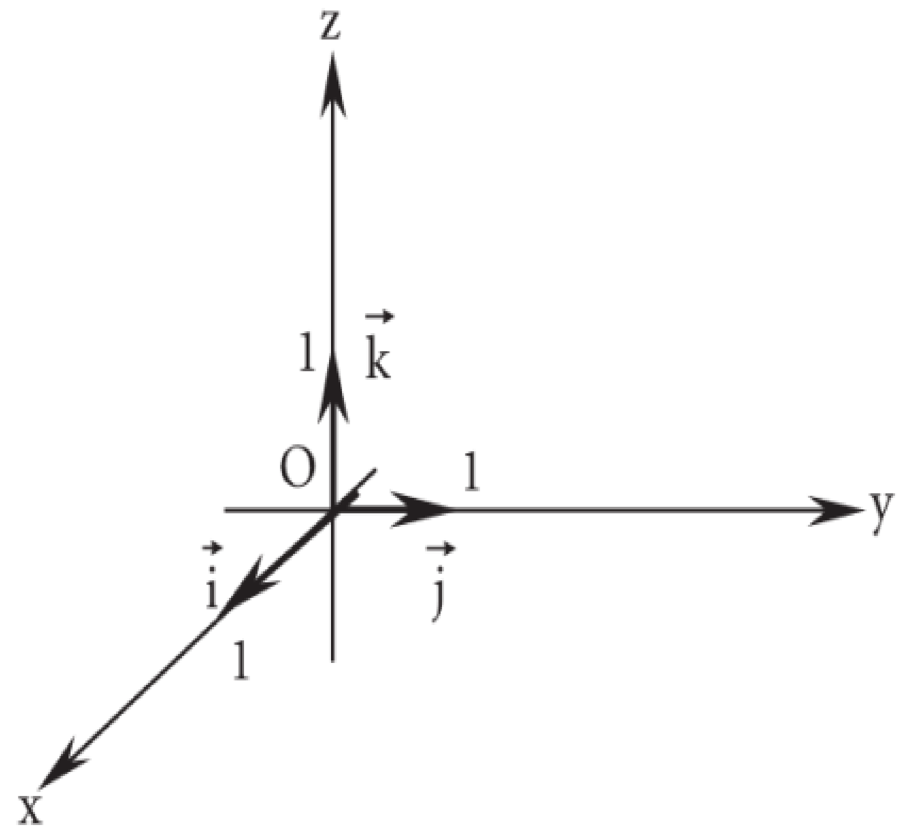
eixo dos y quando $x = 0$ e $z = 0$

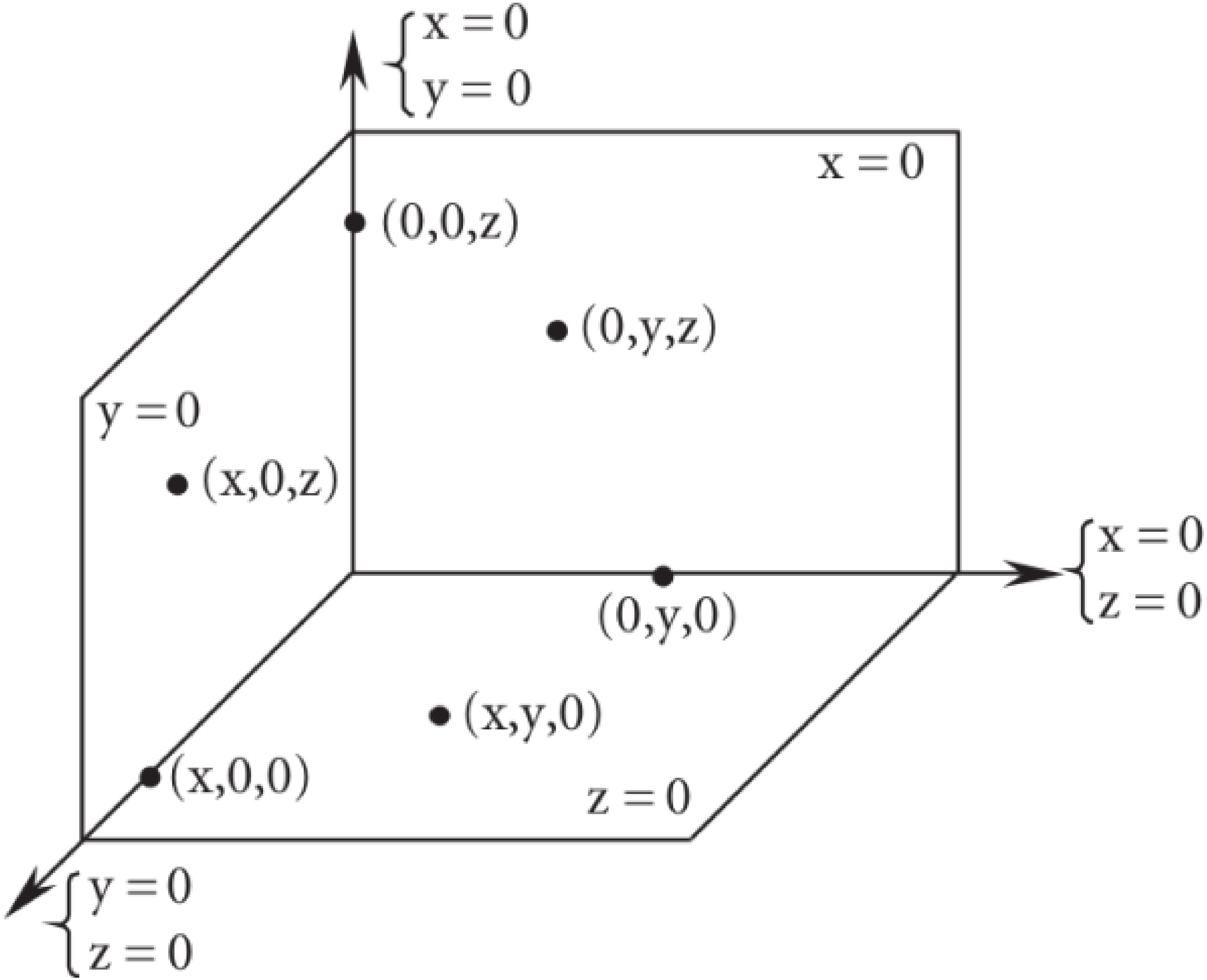
eixo dos z quando $x = 0$ e $y = 0$

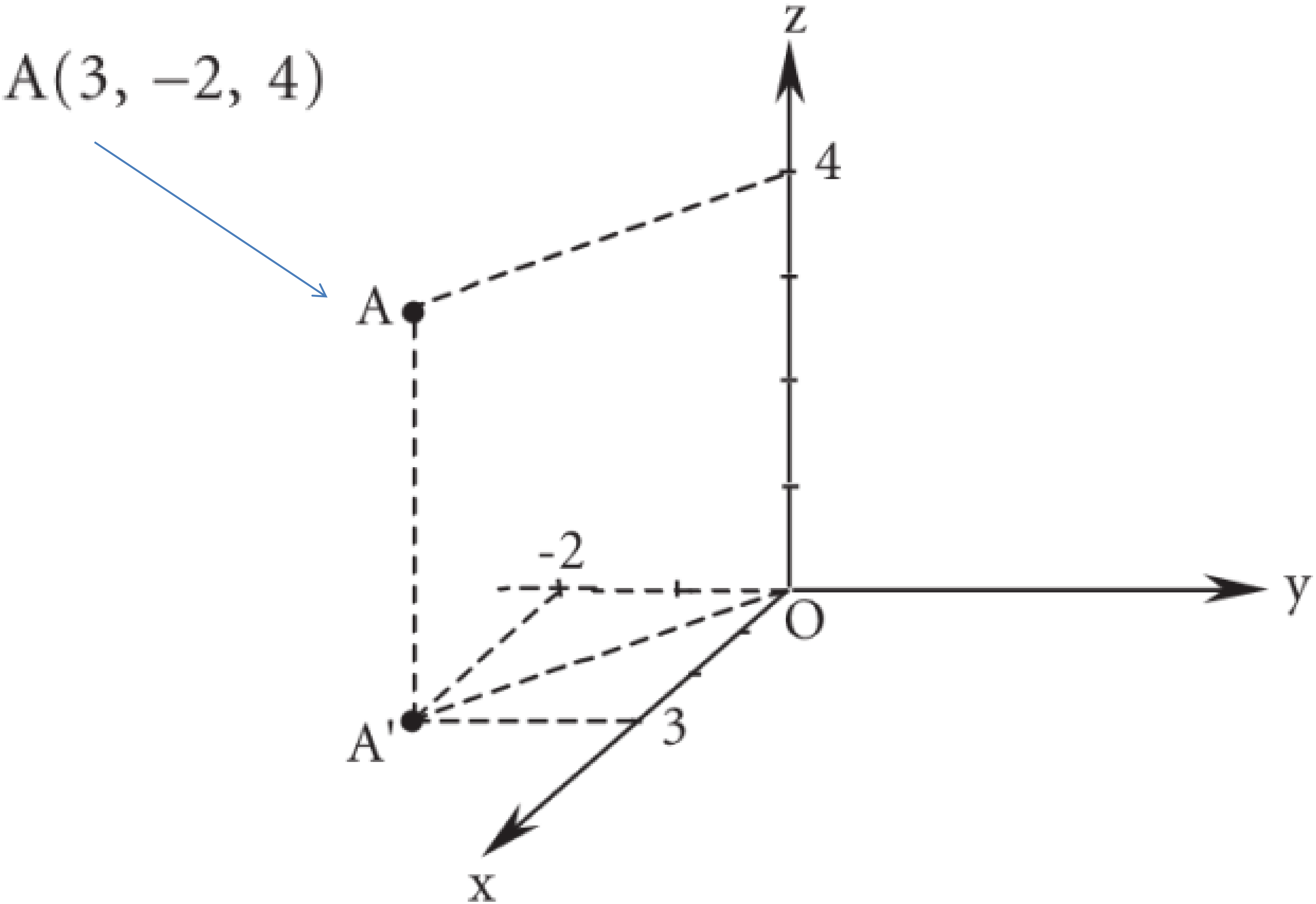
plano xy quando $z = 0$

plano xz quando $y = 0$

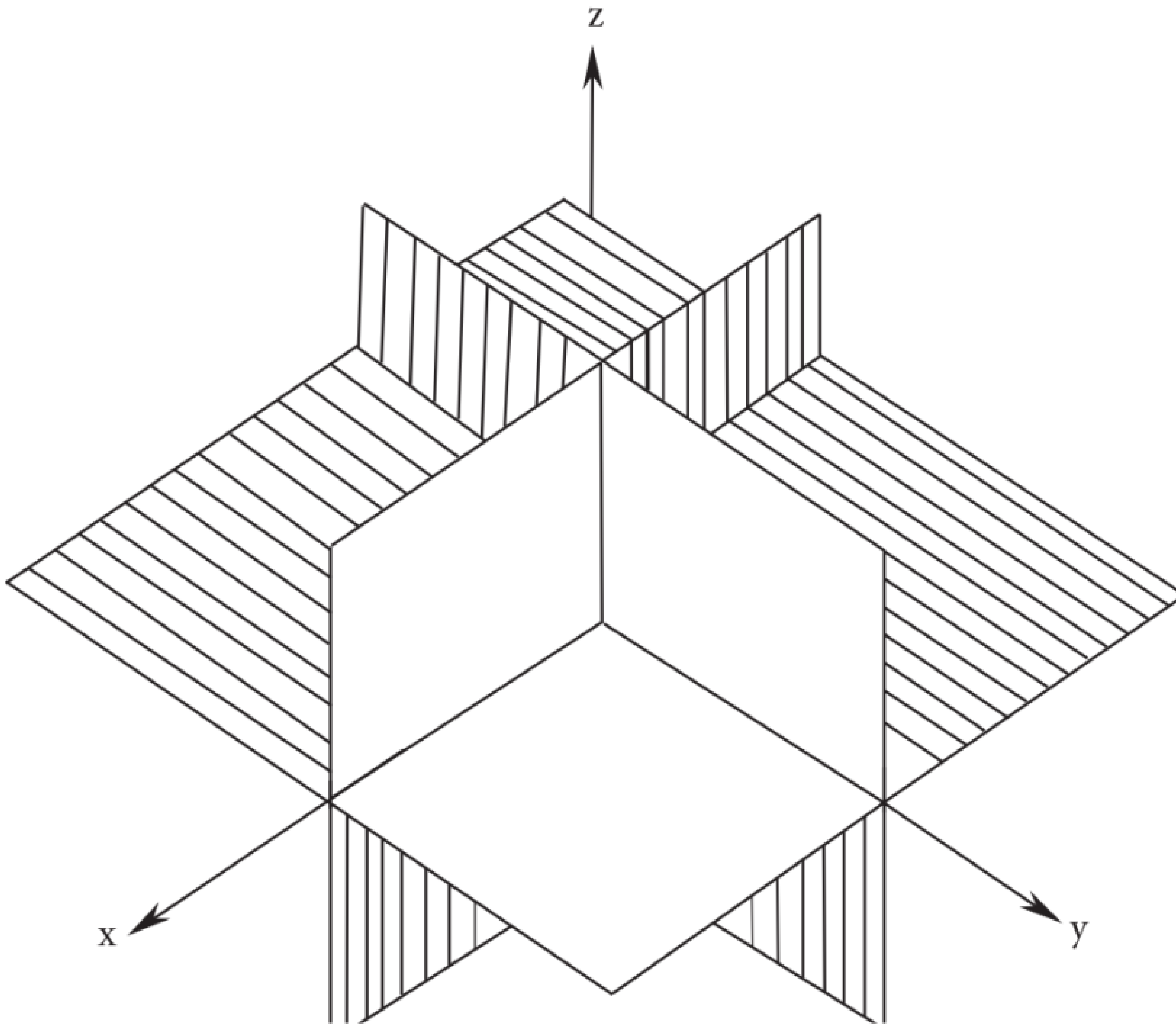
plano yz quando $x = 0$

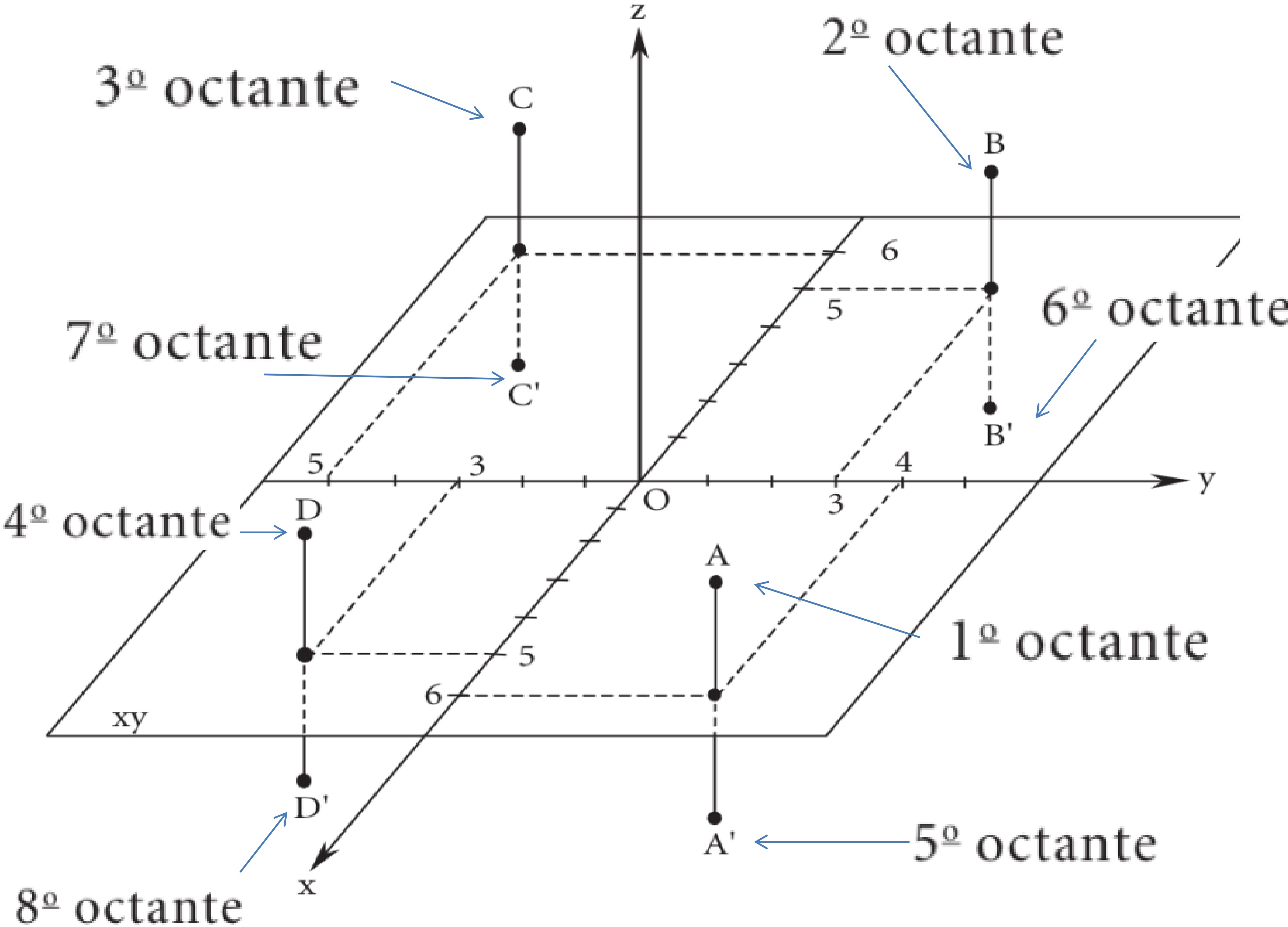



x = 0
y = 0
x = 0
(0,0,z)
(0,y,z)
y = 0
(x,0,z)
x = 0
z = 0
(0,y,0)
(x,y,0)
(x,0,0)
z = 0
y = 0
z = 0


A(3, −2, 4)
z
4
A
-2
y
O
A'
3
x

oito regiões denominadas octantes




z
2º octante
3º octante
C
B
6
5
6º octante
7º octante
C'
B'
5
3
4
y
4º octante
D
O
3
A
1º octante
5
6
xy
D'
A'
5º octante
x
8º octante

Igualdade – operações
ponto médio – paralelismo módulo de um vetor

I) Dois vetores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ serão iguais se, e somente se $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$ e $z_1 = z_2$.

II) Dados os vetores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ e $\alpha \in R$, define-se $\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$ como:

$$\alpha\vec{u} = (\alpha x_1, \alpha y_1, \alpha z_1)$$

III) Se A (x_1, y_1, z_1) e B (x_2, y_2, z_2) são dois pontos quaisquer no espaço, então,

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

IV) Se $A(x_1, y_1, z_1)$ e $B(x_2, y_2, z_2)$ são pontos extremos de um segmento, o ponto médio M de AB é $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$.

V) Se os vetores $\vec{u} = (x_1, y_1, z_1)$ e $\vec{v} = (x_2, y_2, z_2)$ são paralelos, então, $\vec{u} = \alpha\vec{v}$ ou $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$.

VI) O módulo do vetor $\vec{v} = (x, y, z)$ é dado por $|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Problemas propostos

Páginas 38 à 44

(Exercícios 1 à 56)