Lista de Exercícios

1. Descreve os seguintes conjuntos:

$A= \{x \in Z : x \leq 5\}$, $B=\{ x \in N : x \text{ divide } 24\}$, $C=\{ x \in R : x=2\}$, $D=\{ x \in N^{+} : x<0\}$.

2. Encontre uma propriedade P e um conjunto M talque você pode escrever os seguintes conjuntos na forma $\{ x \in M : P(x) \}$.
   $A=\{ 2, 2, 4, 8, 16\}$, $B=\{6, 4, 8, 2, 0\}$, $C=\{1, 3, 5, 7, ...\}$, $D=\{3, 5, 11, 2, 7, 13\}$.

3. Prove que se A=B e B=C, então A=C.

4. Determine o conjunto potencia de $X=\{1, 2, a\}$, $Y=\{\emptyset\}$ e $Z=\{(a,b), (a,d)\}$.

5. Explique porque o N (conjunto dos números naturais), Z (conjunto dos números inteiros), Q (conjunto dos números racionais) e R (conjunto dos números reais) são conjuntos infinitos.

6. Sejam os conjuntos $A=\{1,2,3,5,10\}$, $B=\{2,4,7,8,9\}$ $C=\{5,8,10\}$ subconjuntos do conjunto $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Determine $A \cup B$, $A - B$, $-B \cap (A \cup B)$.

7. Utilizando as propriedades (leis) básicas de conjuntos verifique que:
   $[C \cap (A \cup B)] \cup [(A \cup B) \cap -C] = A \cup B$, sendo A, B e C conjuntos quaisquer de U.

8. Quais das afirmações abaixo são verdadeiras.
   (a) $c \in \{a,c,e\}$ (b) $e \notin \{a,b,c\}$ (c) $\{a\} \in \{b, \{a\}\}$ (d) $\{a\} \in \{c, \{b\}, a\}$ (e) $\{a,b\} \subseteq \{a,b.c\}$

   (f) $a \in \{b,\{a\}\}$

9. Indique dois conjuntos *A* e *B* para os quais seja verdadeira a proposição $A \in B$ e $A \subseteq B$.

10. Verifique que qualquer das condições seguintes é equivalente a $A \subseteq B$:

$$A \cap B = A, \quad A \cup B = B$$

e, suposto fixado um conjunto universo U: $-B \subseteq -A$, $A \cap -B= \emptyset$, $-A \cup B = U$.

11. Sejam os conjuntos A e U nosso conjunto universo, mostre que:

(a) $A \cap A = A$, $A \cup A = A$ (b) $A \cap \varnothing = \varnothing$, $A \cup \varnothing = A$.

(c) $A \cap U = A$, $A \cup U = U$ (d) $A \cap -A = \varnothing$, $A \cup -A = U$.

12. Prove que valem as propriedades cumutativas: $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$.

13. Prove que valem as propriedades associativas: $(A \cap B) \cap = A \cap (B \cap C)$, $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

14. Prove que valem as leis da absorção: $A \cup (A \cap B) = A$, $A \cap (A \cup B) = A$.

15. Prove que valem as leis distributivas:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C); \quad A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C).$$