



Introdução à Física Experimental

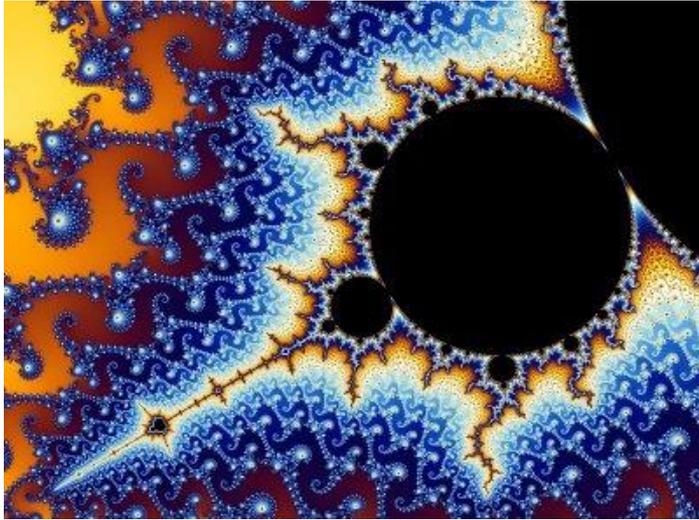
Licenciatura em Física
1º período

Aula 8: Determinação da dimensão de um objeto com geometria fractal

Profa Marcia Saito

marcia.saito@ifpr.edu.br

O que são fractais?



- ▶ A palavra Fractal é derivada do adjetivo **fractus** e significa irregular ou quebrado
- ▶ Geometria muito comum na natureza

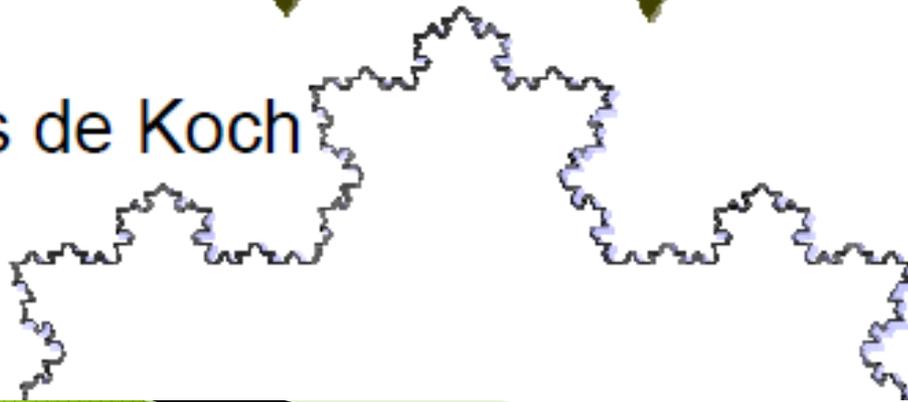


Propriedades dos fractais

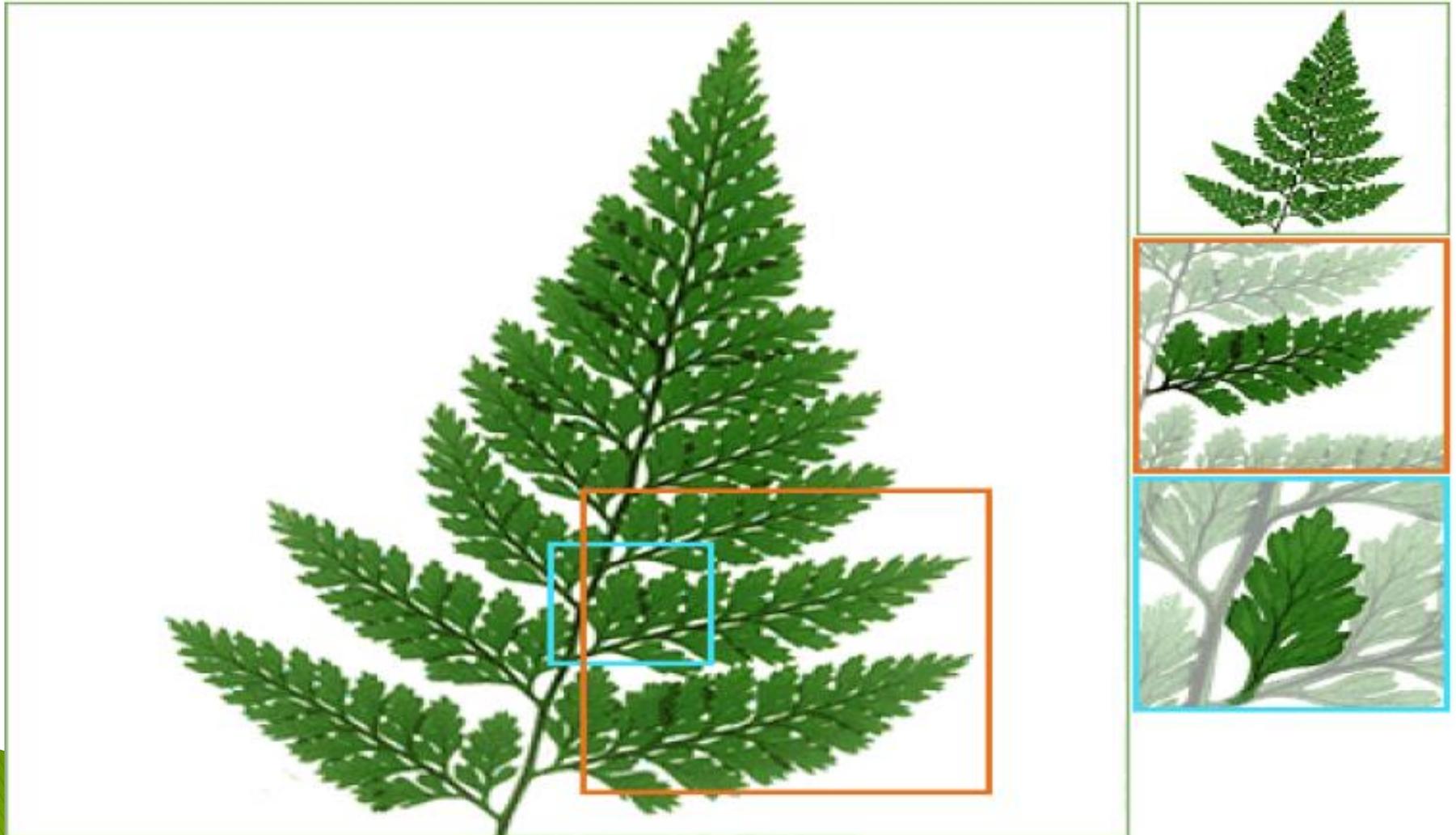
- ▶ Auto semelhança: apresenta o mesmo aspecto em qualquer escala em que seja observado



Curvas de Koch



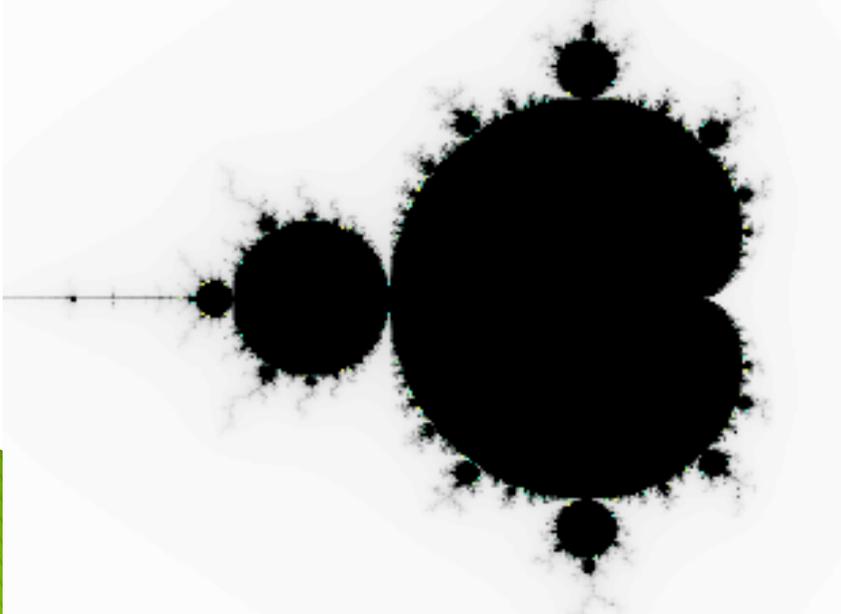
Propriedades dos fractais



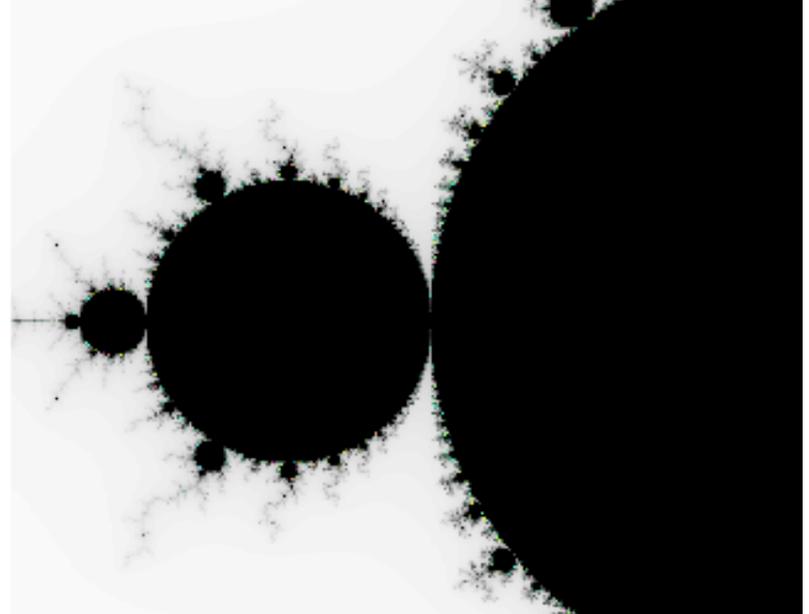
Propriedades dos fractais

- ▶ Complexidade infinita: não é possível representá-los completamente, sempre restarão detalhes.
- ▶ Conjunto de Mandelbrot

Figura original



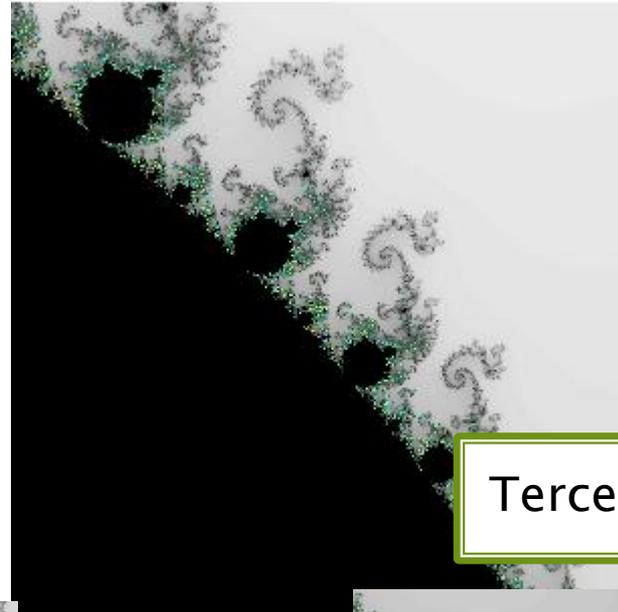
Primeira ampliação



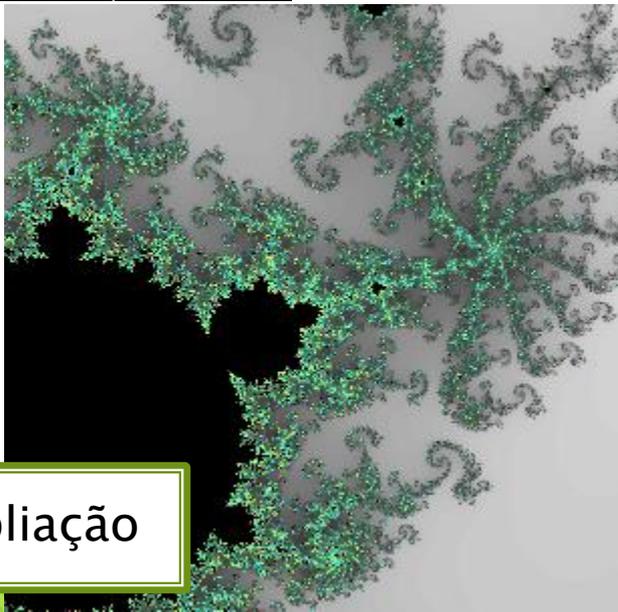
Propriedades dos fractais



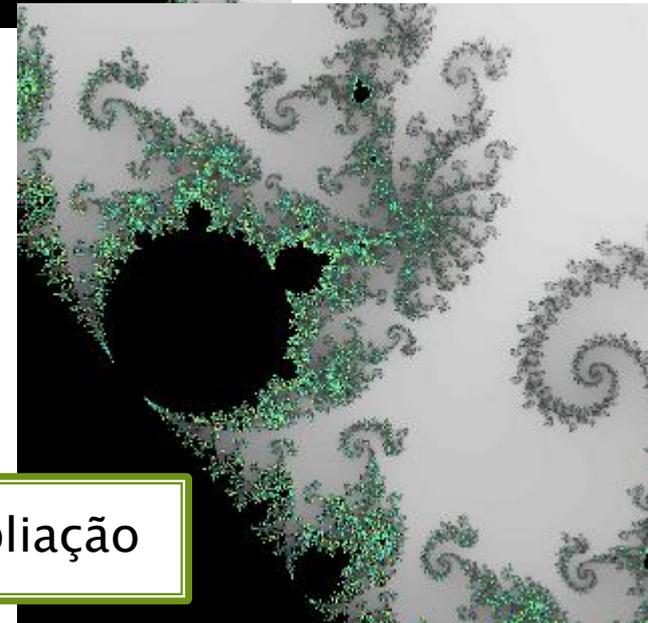
Segunda ampliação



Terceira ampliação



Quarta ampliação



Quinta ampliação

Propriedades dos fractais

- ▶ Dimensão fracionada: A dimensão dos fractais, ao contrário do que acontece na geometria euclidiana, não é necessariamente uma quantidade inteira
- ▶ A dimensão de um fractal representa o grau de ocupação deste no espaço e está relacionada com seu grau de irregularidade



Experiência

- ▶ Geometria euclidiana:

Linear: $m = k_1 L$

Superficial: $m = k_2 L^2$

Volumétrica: $m = k_3 L^3$

- ▶ Podemos generalizar para qualquer geometria:

$$m = kL^D$$

Onde:

m: massa do objeto

L: comprimento característico do objeto

D: dimensão do objeto

k: constante

Experiência

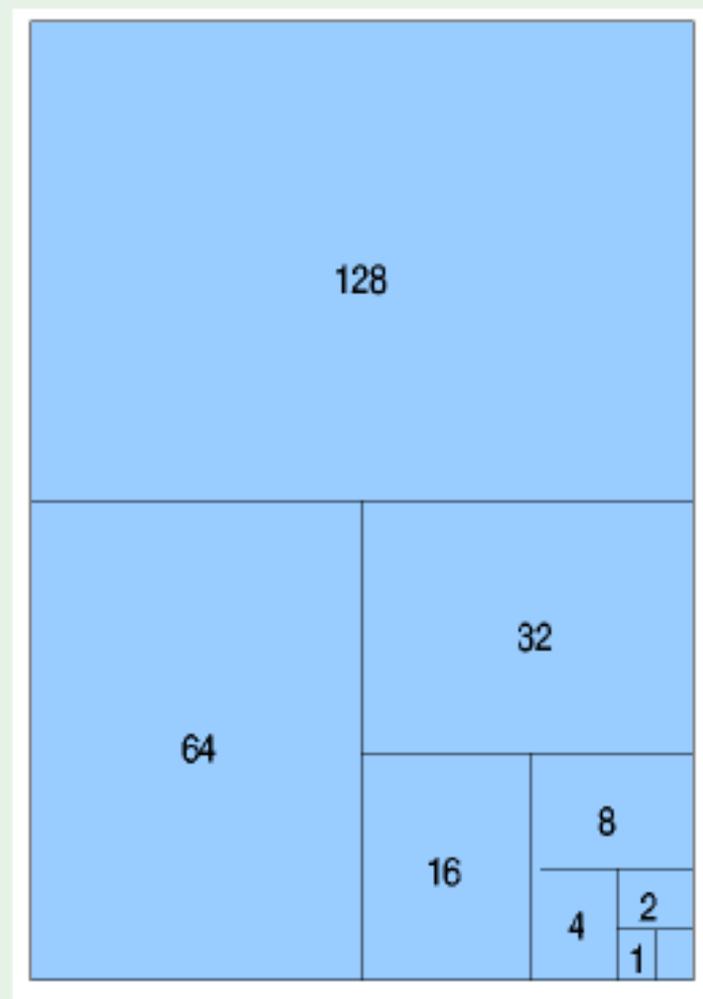
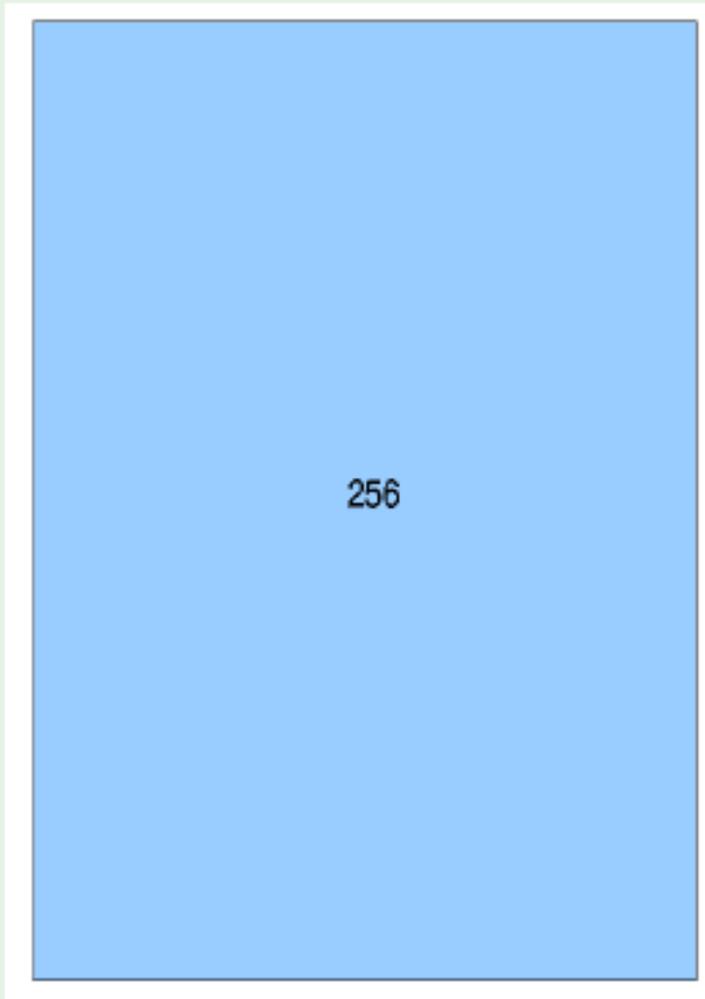
- ▶ Verificar a aplicabilidade da geometria fractal para bolinhas de papel amassado
- ▶ Determinar a dimensão fractal D dessas bolinhas

$$m = kL^D$$

- ▶ Amassar o papel: fragmentação de uma área em áreas menores
- ▶ Folha de papel: $D=2$
- ▶ Esfera: $D=3$
- ▶ Bolinha de papel: espera-se que D esteja entre 2 e 3

Experiência

Divisão das folhas



Experiência

- ▶ Adotar a massa das bolinhas da seguinte forma (u.m.: unidade de massa):
 - Folha inteira: 256 u.m.
 - Metade de uma folha: 128 u.m.
 - Um quarto: 64 u.m.
 - E assim por diante...
- ▶ Amassar as folhas de papel, formando esferas as mais perfeitas possíveis
- ▶ Deixar as bolinhas em repouso por alguns instantes para que sua forma se estabilize
- ▶ Com paquímetro: medir 10 vezes o diâmetro (L) de cada bolinha em posições aleatórias

Cálculo da dimensão D das esferas

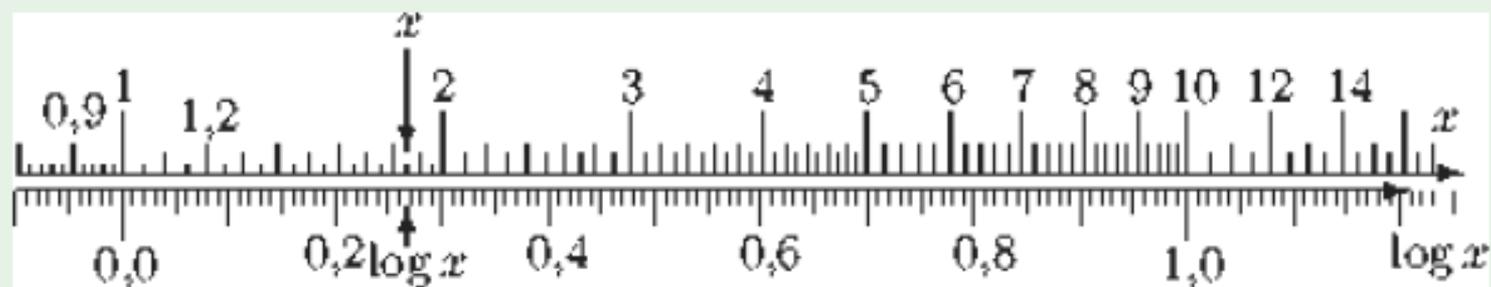
- ▶ $m = kL^D$
- ▶ $\log(m) = \log(kL^D)$
- ▶ $\log(m) = \log(k) + \log(L^D)$
- ▶ $\log(m) = \log(k) + D\log(L)$
- ▶ Equação linear na escala log:

$$y = ax + b$$

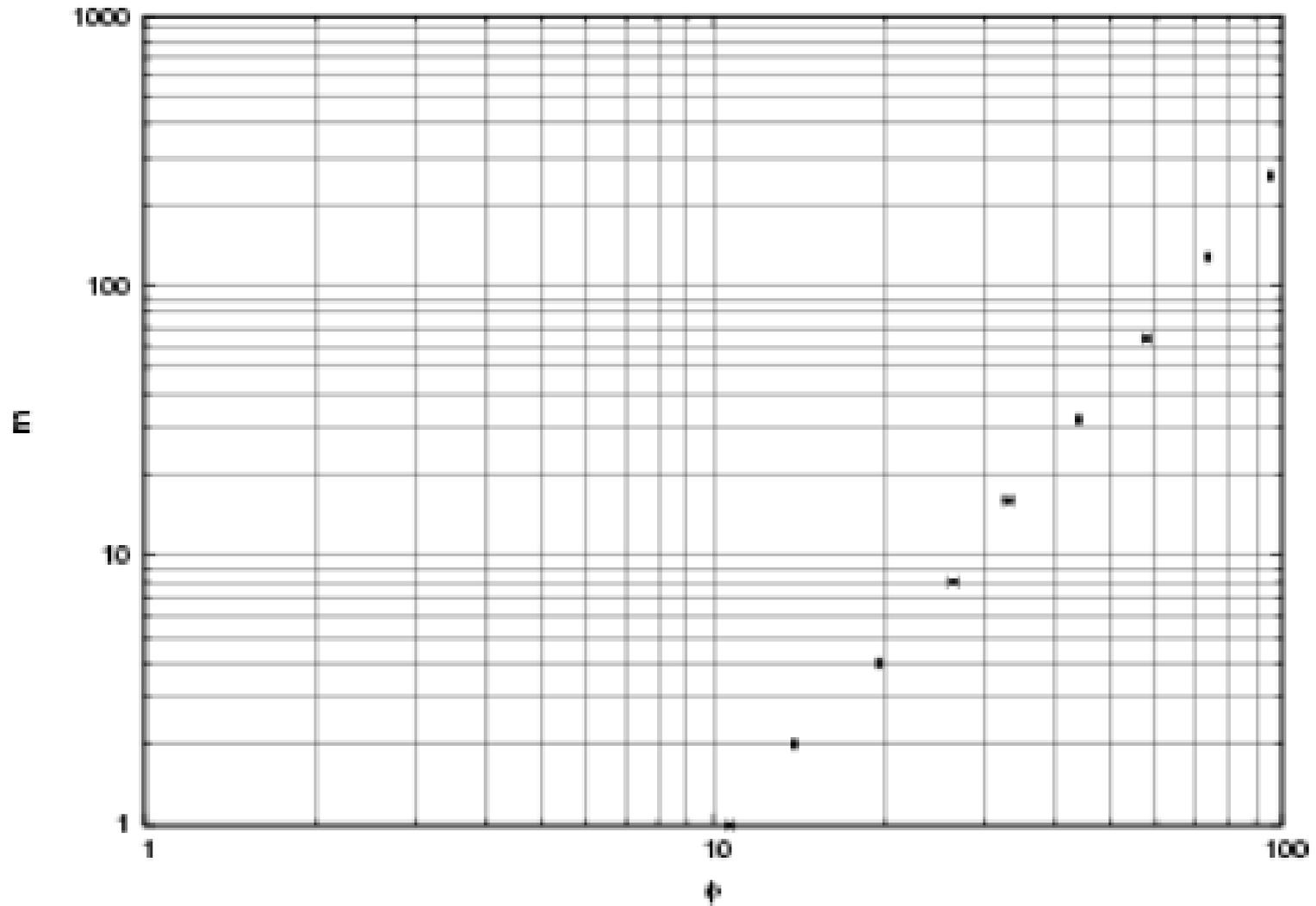
Escala Logarítmica

- Na escala logarítmica se uma quantidade x é marcada na escala, o comprimento real é proporcional a $\log x$.
- O uso da escala log dispensa o cálculo do logaritmo.
- Na figura abaixo, $x = 1,85$ pode ser marcado diretamente na escala log ou o valor $\log 1,85 = 0,267$ pode ser marcado diretamente em escala linear.

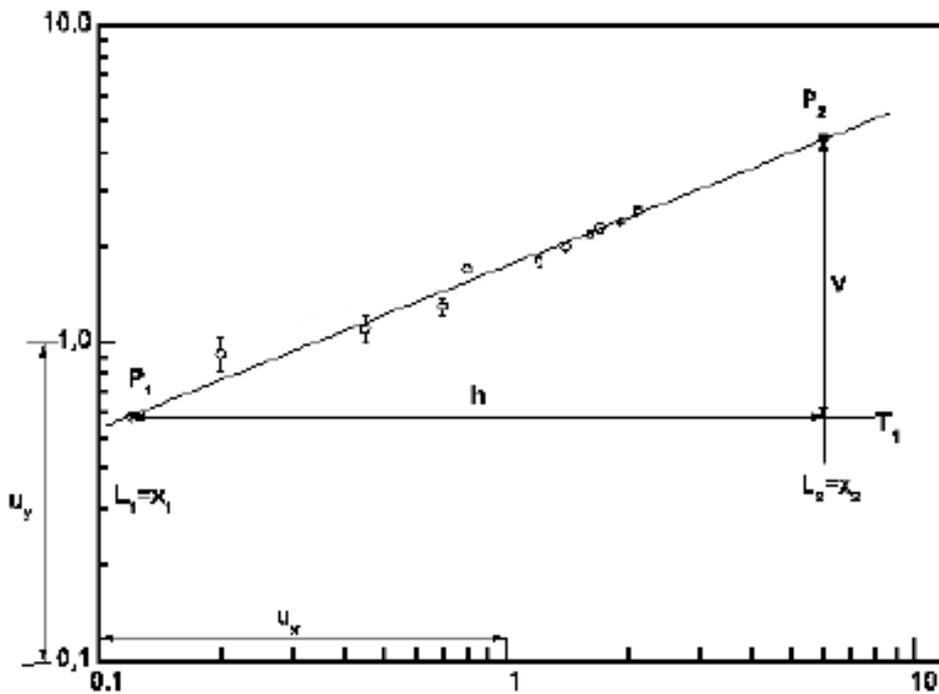
Escala Logarítmica



Análise: gráfico dilog m x L



Cálculo da dimensão D das esferas



- ▶ $\log(m) = \log(k) + D\log(L)$
- ▶ Equação linear na escala log:

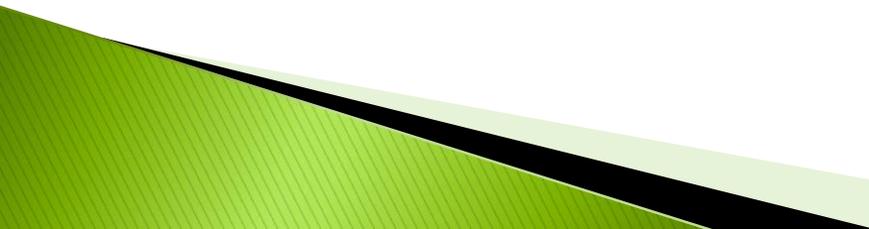
$$y = ax + b$$

- ▶ $D = a = \operatorname{tg}\theta = \frac{\text{cat.op.}}{\text{cat.adj.}}$

- ▶ $D = \frac{\log(m_2) - \log(m_1)}{\log(L_2) - \log(L_1)}$

- ▶ $\sigma_D = \frac{|D_{\max} - D_{\min}|}{2}$

Discussão dos gráficos

- ▶ Após a confecção dos gráficos, os mesmos devem ser discutidos:
 - ▶ Os pontos ficaram bem distribuídos em torno da reta média?
 - ▶ A função que rege o fenômeno pode ser de fato considerada linear na escala log?
 - ▶ Houve algum ponto que ficou muito destoante dos outros? O que pode ter ocorrido? Erro de medição? Interferência experimental?
- 

Discussão dos resultados

- A partir da linearização será obtido:

$$D = (D \pm \sigma_D) \quad (\text{adimensional})$$

- Discutir se o resultado obtido é condizente com o esperado
 - Discutir se é mais próximo a $D=2$ ou $D=3$ e porquê
 - Comentar as possíveis fontes de erro que possam ter influenciado o experimento
- 

Relatório completo (entrega: 23/05)

1. Objetivo
2. Materiais utilizados
3. Introdução teórica (O que são fractais e suas propriedades, geometria fractal x euclidiana)
4. Procedimento experimental (relatar os cuidados tomados para diminuir as interferências e incertezas)
5. Resultados e discussão (dados obtidos, tabelas, cálculos, gráficos, etc., discussão dos gráficos, comparação e discussão com o valor esperados para D)
6. Conclusões
7. Bibliografia