



# *Introdução à Física Experimental*

Licenciatura em Física  
1º período

Aula 5: Comparação de incertezas instrumentais e incerteza no cálculo do volume de objetos

*Profa Marcia Saito*

marcia.saito@ifpr.edu.br

# Medidas Físicas

- ▶ Medida  $\neq$  valor verdadeiro da grandeza
- ▶ Até agora falamos de incerteza de cálculos
- ▶ Instrumento de medida  $\rightarrow$  precisão
- ▶ Qual a diferença das seguintes medidas?

1,0 cm

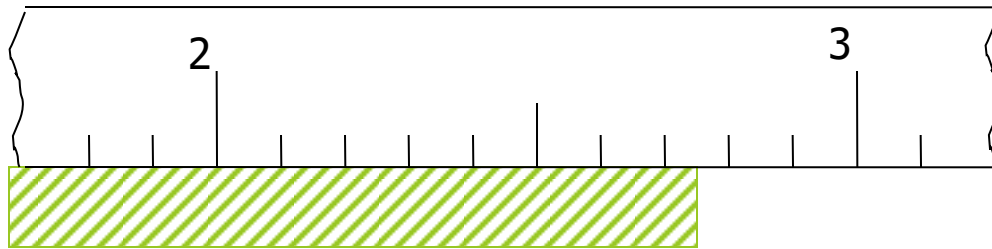
1,00 cm

1,000 cm

1,0000 cm

# Representação numérica

- ▶ Se toda medida tem uma incerteza, como representá-la?
  - (Valor  $\pm$  incerteza)

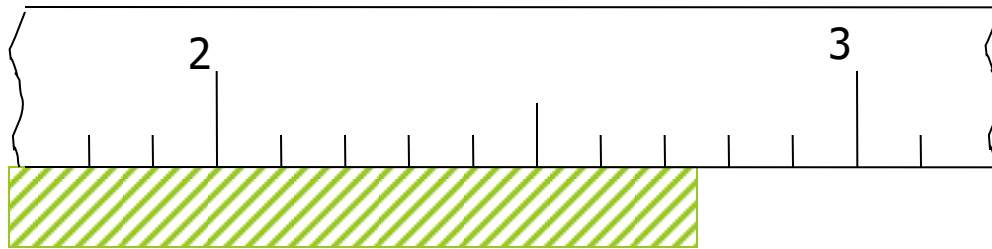


(2,70) cm

tenho "certeza"      estou em "dúvida"

# Representação numérica

- ▶ Se toda medida tem uma incerteza, como representá-la?
  - (Valor  $\pm$  incerteza)



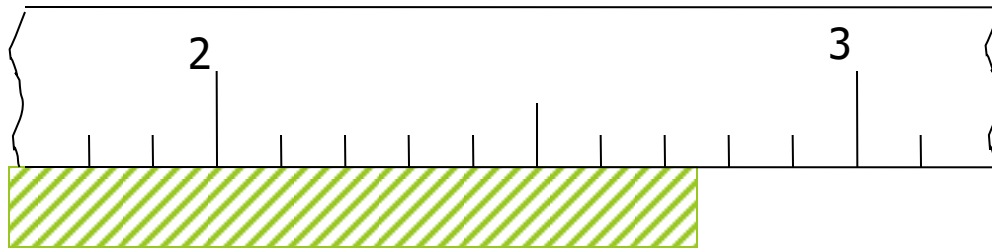
(2,74  $\pm$  ? ) cm

tenho "certeza"

estou em "dúvida"

# Representação numérica

- ▶ Como avaliar a incerteza?
  - Devo considerar a dificuldade de leitura e
  - a imprecisão do equipamento.



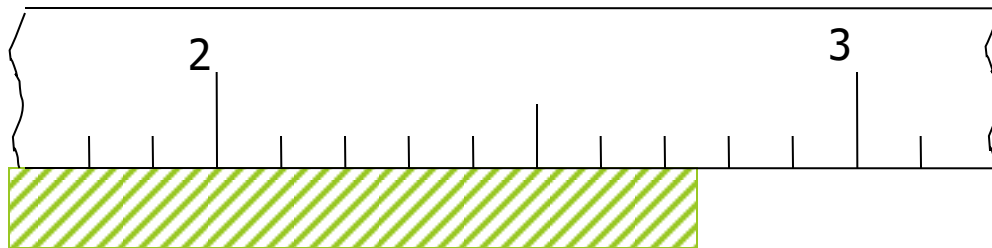
$(2,74 \pm ?) \text{ cm}$

tenho "certeza"

estou em "dúvida"

# Representação numérica

- ▶ Como avaliar a incerteza?
  - Devo considerar a dificuldade de leitura e
  - a imprecisão do equipamento.

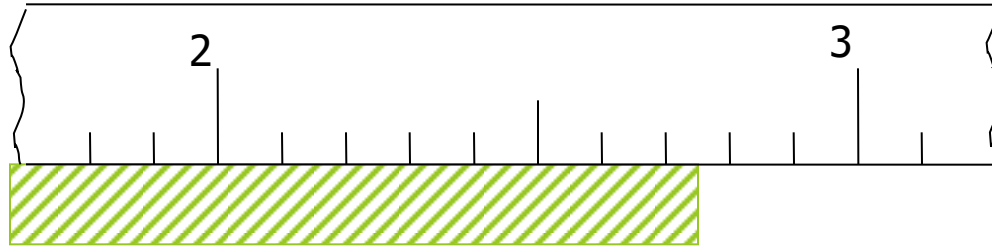


$(2,74 \pm 0,05) \text{ cm}$



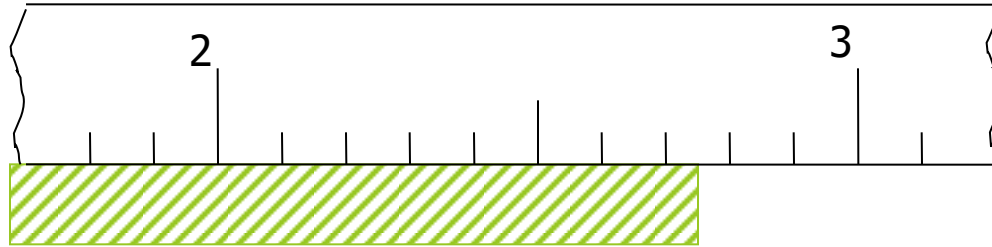
metade da menor divisão ( $1 \text{ mm} \div 2 = 0,5 \text{ mm} = 0,05 \text{ cm}$ )

# Algarismos significativos



- ▶  $(2,74 \pm 0,05)$  cm
- ▶ Algarismos significativos são aqueles que têm significado
- ▶ Dizemos que os algarismos 2, 7 e 4 são os algarismos significativos do valor da medida, sendo 4 o algarismo duvidoso;
- ▶ E 5 é o único algarismo significativo da incerteza.

# Algarismos significativos



- ▶ Zeros à esquerda não são significativos, enquanto à direita podem ser  
Ex: 0,000043 tem apenas 2 algarismos significativos  
Ex: 2,3500 tem 5 algarismos significativos



# Algarismos significativos

## ▶ Regra geral:

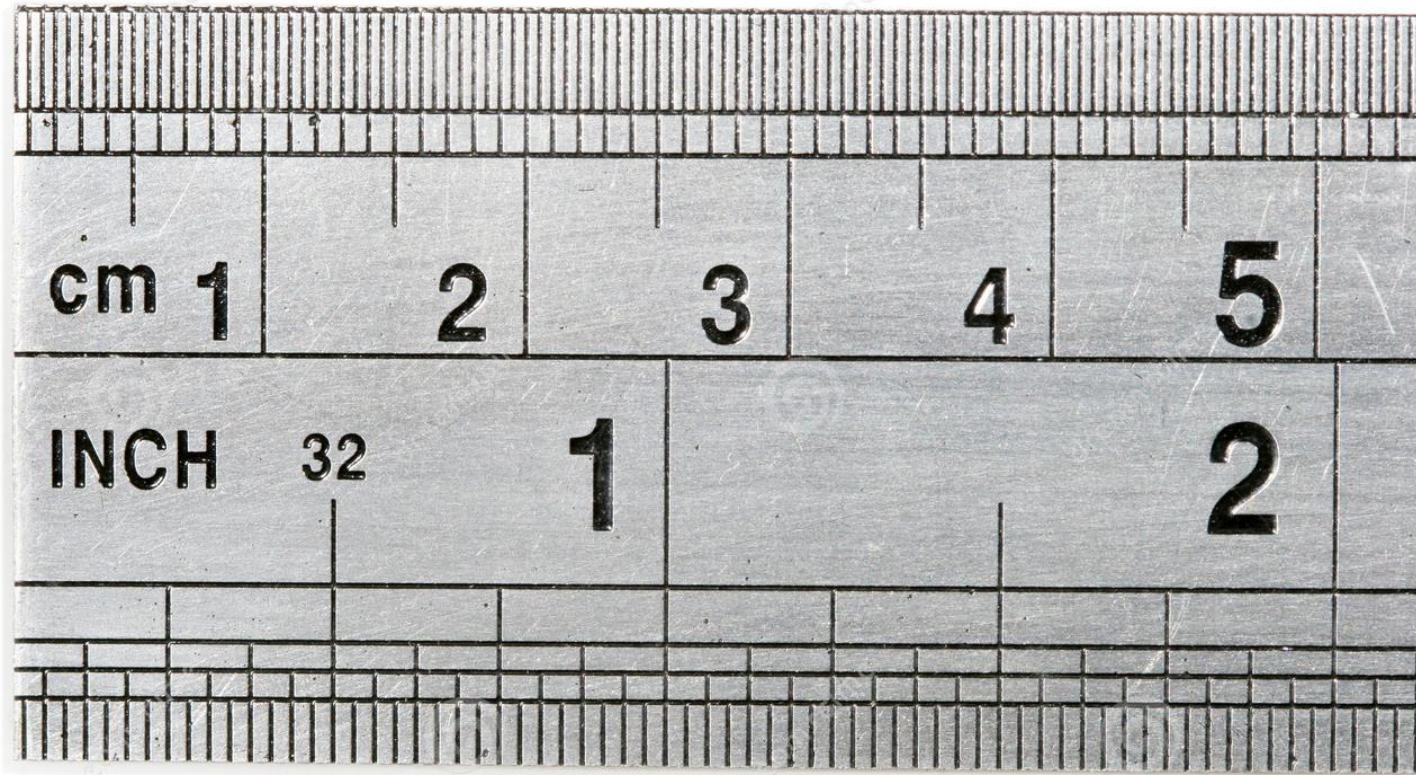
- Só faz sentido colocar **um** (em alguns casos dois) **algarismo significativo** na incerteza, no caso de leitura de equipamentos.
- É a incerteza **é que determina** o número de algarismos significativos da medida.
- Forma correta:  $(2,74 \pm 0,05)$  cm



# Instrumentos de medidas

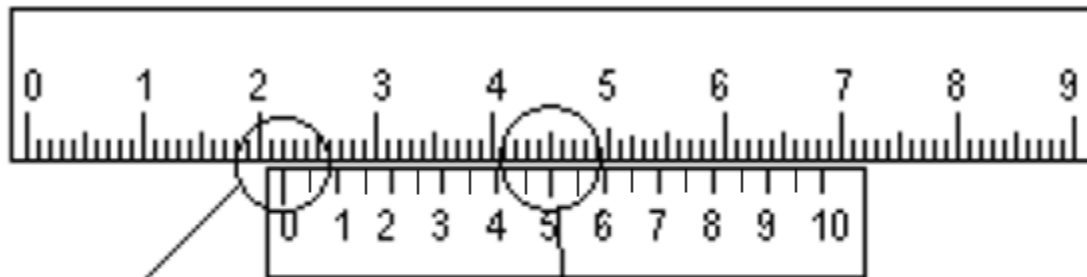
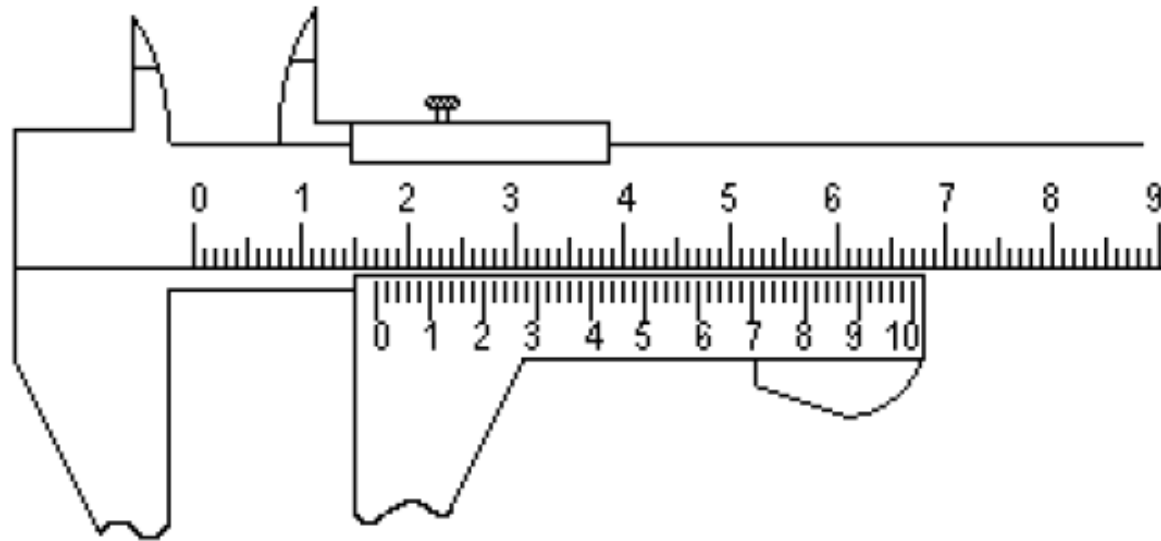
- ▶ Régua

$\sigma = ?$



► Paquímetro analógico

$\sigma = ?$

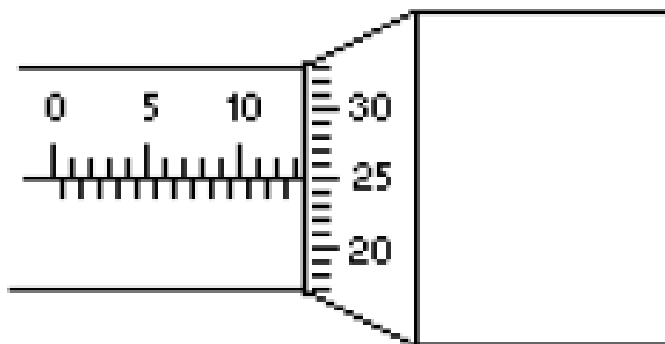
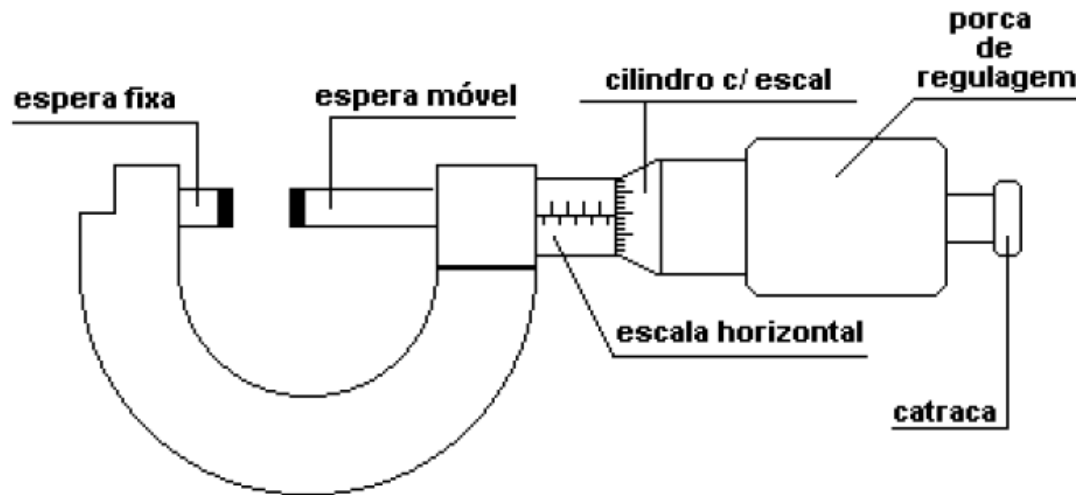


22,00 + 0,50 mm = 22,50 mm

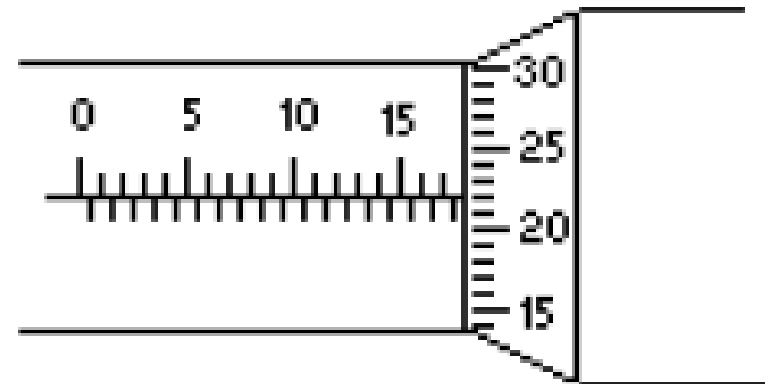
(22,50 ± 0,05) mm

# ► Micrômetro analógico

$\sigma = ?$

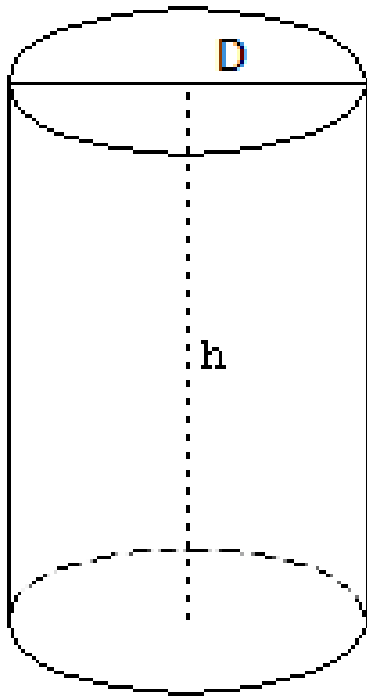


$(13,250 \pm 0,005) \text{ mm}$




$(17,720 \pm 0,005) \text{ mm}$

# Experimento 3: parte 1



- ▶ Medir diâmetro ( $D$ ) e altura ( $h$ ) de uma rolha 1 vez, com cada instrumento de medida
- ▶ Utilizar régua, paquímetro e micrômetro analógicos
- ▶ Estimar da melhor forma possível o algarismo duvidoso
- ▶ Calcular o volume do cilindro para cada instrumento
- ▶ Ajustar os algarismos significativos
- ▶ Comparar a precisão dos equipamentos, baseado nos algarismos significativos

► Representação da medida

$$L = \ell \pm \delta\ell = (13,4 \pm 0,1) \text{ cm}$$


► Cálculo do volume do cilindro

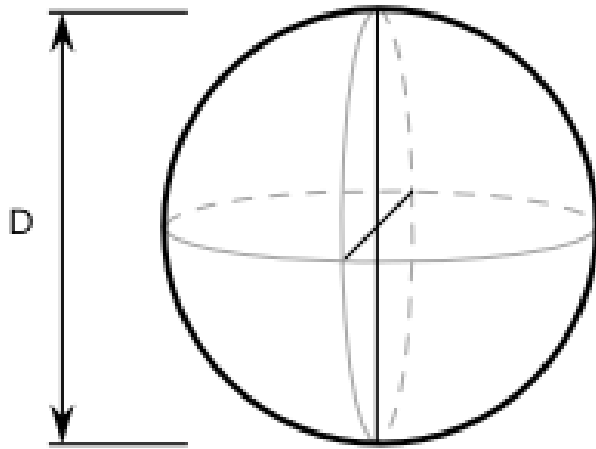
$$V = \frac{\pi D^2}{4} h$$

# Experimento 3: parte 1

- ▶ Completar a tabela:

			Resultados	Só algarismos significativos
Instrumento	$h \pm \sigma h$ ( )	$D \pm \sigma D$ ( )	$V \pm \sigma V$ ( )	$V \pm \sigma V$ ( )
régua				
paquímetro analógico				
micrômetro analógico				

# Experimento 3: parte 2



- ▶ Medir o diâmetro de uma esfera 10 vezes
- ▶ Utilizar paquímetro analógico
- ▶ Calcular a média e o desvio padrão da média do diâmetro
- ▶ Calcular o volume da esfera
- ▶ Medir a sua massa
- ▶ Calcular a sua densidade
- ▶ Ajustar os algarismos significativos
- ▶ Comparar a densidade obtida com a densidade teórica do vidro



# Experimento 3: parte 2

- ▶ Completar a tabela:

	D ( )
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
$D \pm \sigma D$ ( )	
$V \pm \sigma V$ ( )	
$m \pm \sigma m$ ( )	
$d \pm \sigma d$ ( )	

# Média, desvio padrão e desvio padrão da média

## ▶ Média

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

$n$  é o nº total de medidas  
 $x_i$  é o valor de cada  
medida.

## ▶ Desvio padrão

## Desvio padrão da média

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

# Incerteza final de uma série de medidas

$$\sigma_{final} = \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_{inst}^2}$$

- ▶  $\sigma_m$ : desvio padrão da média
- ▶  $\sigma_{inst}$ : incerteza do instrumento de medida

- ▶ Cálculo do volume da esfera

$$V = \frac{\pi D^3}{6}$$

$$\sigma_v=?$$

- ▶ Cálculo da densidade da esfera

$$d = \frac{m}{V}$$

$$\sigma_d=?$$

## Algumas derivadas básicas

Nas fórmulas abaixo,  $u$  e  $v$  são funções da variável  $x$ .

$a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $n$  são constantes.

**Derivada de uma constante**

$$\frac{d}{dx}(c) = 0$$

**Derivada da potência**

$$\frac{d}{dx}(x^n) = n \cdot x^{n-1}$$

Portanto:

$$\frac{d}{dx}(x) = 1$$

**Soma / Subtração**

$$\frac{d}{dx}(u \pm v) = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}$$

**Produto por uma constante**

$$\frac{d}{dx}(cu) = c \frac{du}{dx}$$

**Derivada do produto**

$$\frac{d}{dx}(uv) = u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx}$$

# Cálculo da incerteza de uma função

- ▶ Dada uma função  $f(x,y,z)$ , onde  $x$ ,  $y$  e  $z$  são grandezas experimentais, com incertezas dadas por  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ , a incerteza de  $f(x,y,z)$  será dada por:

- ▶ 
$$\sigma_f^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2$$

# Cálculo da incerteza do volume do cilindro (parte 1)

$$\blacktriangleright V(D, h) = \frac{\pi D^2}{4} h$$

$$\blacktriangleright \sigma_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial D}\right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial h}\right)^2 \sigma_h^2$$

$$\blacktriangleright \frac{\partial V}{\partial D} = \frac{\pi h}{4} \left(\frac{\partial D^2}{\partial D}\right) = \frac{\pi h}{4} (2D) = \frac{\pi h D}{2}$$

$$\blacktriangleright \frac{\partial V}{\partial h} = \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{\partial h}{\partial h}\right) = \frac{\pi D^2}{4} (1) = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\blacktriangleright \sigma_V^2 = \left(\frac{\pi h D}{2}\right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2 \sigma_h^2$$

# Cálculo da incerteza do volume do cilindro (parte 1)



$$\sigma_V = \sqrt{\left(\frac{\pi h D}{2}\right)^2 \sigma_D^2 + \left(\frac{\pi D^2}{4}\right)^2 \sigma_h^2}$$



# Comparação de um resultado com seu valor teórico

- ▶ Erro percentual (E%)

$$E(\%) = \left| \frac{\text{valor}_{teo} - \text{valor}_{exp}}{\text{valor}_{teo}} \right| \cdot 100$$

# Discussão

- ▶ Parte 1: medidas do cilindro
  - Comparar a precisão obtida nas medidas com cada equipamento
  - Qual equipamento é mais preciso?
  - Essa precisão foi refletida no cálculo do volume do cilindro? Como?
  - O número de algarismos significativos do volume mudou para cada instrumento?

# Discussão

- ▶ Parte 2: medidas da esfera
  - A incerteza obtida com as 10 medidas é comparável com a incerteza do instrumento? Poderíamos desprezar alguma das duas?
  - Comparar o valor da densidade obtida experimentalmente com seu valor teórico
  - O valor obtido foi razoável?
  - Quais as possíveis fontes de erro na obtenção desse valor?

# Relatório (entrega 04/04)

1. Capa
2. Introdução teórica  
(Precisão de diferentes equipamentos de medida, Algarismos significativos, cálculo do volume de objetos, propagação de incertezas e comparação com o valor teórico através do erro percentual)
3. Objetivos
4. Materiais e procedimentos
5. Resultados e discussão  
(Incluir tabelas e cálculos. Comparar a precisão dos equipamentos. Comparar valor experimental com o valor teórico. Discussão das possíveis fontes de erro.)
6. Conclusões
7. Referências bibliográficas